微積分を外した新貿易理論の骨子を学べる練習問題開発

小川健（専修大学・経済学部）*

要旨

20 世紀最後の 20 年に貿易論の世界を一新した新貿易理論であるが，元々が積分を利用したモデルであるので，その骨子を微積分の使えない学部生に学ばせるには結果だけを伝えざるをえなかった。本稿では微積分を外した新貿易理論の骨子を学べる練習問題の開発を試みた。その特性と抱える問題点について取り上げる。

キーワード：収穫逓増，氷塊型輸送費，自国市場効果

Ⅰ. はじめに

Krugman(1979, 1980)による新貿易理論の骨格が発表されて以降，伝統的な比較優位に基づかない新貿易理論が構築された。そして伝統的な比較優位の理論では説明しきれない数多くの特徴が説明可能であるとして，20 世紀最後の 20 年をはじめ国際貿易論で新貿易理論は 2003(平成 15)年にメリッツによる企業の異質性を取り入れたモデルが提唱されるまで注目の的であった。また新貿易理論は，新経済地理学等関連する他の分野の設立にも大きく貢献している。

ところで，新貿易理論の基本的なモデルは微分無しに説明することは難しく，また「企業はその市場規模比以上に市場規模の大きな市場に立地したがる」傾向としても知られている自国市場効果など [1]，積分を利用して説明することを想定している部分が大きい。しかも当初のモデルの多くは手計算を想定したモデル構築をしていなかった関係で，（関連する新経済地理学における）footloose capital model のような手計算可能なモデルでも微分無しに扱うことは難しい。また，当初の Krugman(1980)のモデルにおいて想定をされていたべき乗の冪を決める θ が θ<1 という限界効用逓減型の効用関数の場合，平方根の場合でさえその根号を外すのには通常電卓が必要となり，最悪電卓なしで練習問題を解く，ということは難しい。

そのため，新貿易理論に関する部分の練習問題は Krugman, Obstfeld, and Melitz(2022)第 7 章等を初めとする学部生用の教科書でも紹介されてはいるが，その多くは友原(2020)のように収穫逓増での生産関数を基にした，世界的な生産量の増加を示す部分や貿易パターンが決まらないのに貿易の利益・恩恵が出てくる部分などが中心であり，数値例でモデルを解いて受講生に新貿易理論の各影響を体感させる等のことは想定されていない。

一方で，日本では経済系が大学入試上（数学を苦手として選択されることが少なくない）文系の枠組みで扱われる関係で，経済系の学部生の多くが数学を苦手としている文系の意識を持っ

---

* 〒214-8580 神奈川県川崎市多摩区東三田二丁目 1 番 1 号 生田 9 号館 7 階 9710 号室
(090)4255-1796 takeshi.ogawa.123@gmail.com

[1] 自国市場効果の説明はこれだけではないが，本稿ではこの部分に焦点を当てる。

ている場合が少なくない。数学を入試で必須とできない事が多い私立では特に，微積分や累乗根等を手計算で開ける計算が可能な状況を前提として講義することは多くの場合難しく，四則演算のみで手計算できないものについては計算練習させることが難しくなりつつある。また，こうした学生の多くが，対数や根号などを残したままの厳密解について答えであると理解し難い状況が強く，対数や根号が答えの中に残らない形が求められる。

普段の講義ではスマホの電卓アプリ・関数電卓アプリなどで計算させることも可能ではあるが，スマホを持ち込んで計算させることが難しい定期試験・授業内テスト等の場合にはそのようなことは期待できない。この場合，通信機能等を持たない電卓・関数電卓（・グラフ電卓）を持ち込ませて解かせることも出来なくはないが，特定の箇所の計算だけに「関数電卓を」持ち込まないと計算できない問題を出すことは受講意欲をそれだけで削ぐことになる。近年の経済系の学部のカリキュラムの多くでは計量経済などの電卓（・関数電卓）持参を想定して行う講義が必修でない事例も珍しくない。そのため，指定教科書を買うことさえ躊躇う状況で関数電卓を「強制的に」買わされるなら受講をやめる，という選択を多くの学部生がしがちである。この点は，加重相乗平均が必要な実効為替レートの近似計算を加重相加平均で行わせる小川(2017)等で既に問題意識として明らかにされている。

そのため，通常の電卓には近年，平方根の付いていない電卓も少なくない。そのため，希望する人は当日朝大急ぎでコンビニ等で買える電卓の範囲で計算可能で，最悪筆算による手計算でも計算可能なモデル構造でなければ，それだけで受講意欲を削ぐ状況になりかねない。更には，2 桁以上の掛け算・割り算が入ると正確な計算には筆算が必要になることから計算速度が著しく落ち，それを無理に暗算しようとすれば数値計算のミスで理解とは異なるミスが頻発するため [2]，大部分が本質的に九九の範囲で解け，2 桁以上の掛け算・割り算は最小限に抑えないといけない。

従って，微積分や対数・根号を使わず，関数電卓が要らず四則演算だけで新貿易理論の色々な特性を数値計算で明らかにできるモデル，特に練習問題としては九九の範囲で大部分が解け，筆算や通常の電卓での計算は最小限になる形が必要になる。微積分が使えないという事は，積分範囲で消費できる財の種類の増加を示せないことになる。現状，新貿易理論に関する部分でそうした練習問題の開発は収穫逓増・規模の経済での世界的な生産量の増加程度に留まっていることが多い。例えば自国市場効果や，多様性の選好を基にした貿易・開国での消費できる財の種類の増加を想定した練習問題は筆者の知る限り直前の条件を満たすものは存在しない。

本稿では 2 通りの練習問題を提示する。1 つは収穫逓増・氷塊型輸送費そして自国市場効果の基になる立地選択などを取り入れた 2 地域 2 財モデルの形式である。自国市場効果を説明する上では，その前提となる立地選択を 1 次元の軸上で説明することが多いが，微積分が使えないという事は最適化で立地選択を指定できないことを意味する。そのため，1 次元のイメージを持ち

---

[2] 筆者の数少ない経験からすると，数学が苦手な学生ほど数学の答案をしっかり書くことが出来ない傾向があり，他者が見て理解不能な状況で途中の過程などには書かれている場合が少なくない。他者に見て貰うことを想定していないので，筆算を丁寧に書く習慣もなく，自らの暗算能力を過大評価して誤るという状況が少なくない。この場合，間違えた箇所の確認も難しくなる。

ながら離散的な場所毎の指定が可能な鉄道上の駅を利用したモデルを活用する。このモデル・練習問題の問題点としては，消費できる財の種類が貿易で増える特性を説明できないことにある。また，立地選択の部分での輸送費の説明と交易の部分での輸送費の説明がずれているため，立地選択の部分での輸送費の説明が ad hoc な形になっている。

2 つめはそうした問題点を克服した 2 地域 4 財のモデルである。各国何らかの事情で異なる財が 1 財ずつそれぞれの国では作れないことを想定し，交易前は 3 財消費をし，交易後は 2 種類の異なる財に生産を集中させ 4 財を消費する形を出している。効用関数を各財の消費量+1 の積にすることで，消費されない財があっても効用の関数として他の財の消費部分を表現でき，消費できる財の種類が増える特性を示せる。先ほどの鉄道での離散型を応用し，1 駅ごとに追加してかかる氷塊型輸送費があり，その計算を一気に短縮できる形にしている。

次節では本稿が目指す練習問題での制約条件などを示す。次々節では1つめの練習問題を示し，その特性を紹介する。その次の節では 2 つめの練習問題を示し，その特性と問題点を示す。最終節は本稿のまとめとする。

2．本稿が目指す練習問題での制約条件と目的

まずは本稿が目指す練習問題における制約条件と目的を提示する。

＜制約条件＞

- 微分・積分は計算過程・問題文中に出してはならない

現在の日本の（私立を始めとした）経済系の学部生の多くでは微分・積分が必要な状況では多くの場合に支障を来す。このため，積分範囲を利用した消費できる財の種類の増加はおろか，最適化における内点解の 1 階の必要条件を利用した立地選択なども出来なくなる。

- 関数電卓が無いと計算できない計算は計算過程・問題文中に出してはならない

この部分だけに関数電卓が必要というだけで受講意欲をそぐ原因としてはかなり強くなる。そのため，関数電卓が無いと計算できない計算は計算過程・問題文中には出さない。このため，根号を利用した計算については（平方根を除き）事実上出せなくなる。

- 対数・根号は計算過程・問題文中に出してはならない

対数の概念は高校になってから学ぶ部分が強く，文系での学生に通常通り期待してよい概念ではない。このため，自然対数を利用した計算などができなくなる。また，根号のうち平方根は通常の電卓にも含まれることがあるが，近年は平方根の付かない電卓も多いだけでなく，平方根に関する概念を正確に理解できていない学部生も少なくない。また，（理系の学生の多くが特に違和感を持たない）対数や根号が残った解を，経済系の学部生だと答えとして認識し難い部分がある。このため，$\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}$のような，1 財欠けても（消費量が 0 だが）他の財の消費を反映した効用になるが，財の消費できる種類が増えた方が望ましい事を示す CES 型等の効用関数が単純な平方根型でも事実上使えなくなる。

＜最小限にすべき項目[3]＞

- 文字の入ったままの計算は最小限に

文字の入った計算は中学 1 年前後で基本的には扱うが，これは 12 歳前後でこうした抽象化にようやく耐えられる，と判断してのものであり，それまでは未知数 x でなく□などを活用していた。ところがこうした文字の入った計算をこの段階で躓いたままの受講生も考えられるため，文字の入ったままの計算は最小限にする必要がある。例えば$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$は求められる場合でも$\frac{y}{x}+\frac{x}{y}$は計算できない受講生も存在しうる。

- 本質的に九九で計算できない 2 桁以上の筆算を必要とする掛け算・割り算は最小限に

数学を苦手としてきた学生が多いため，例えば理系の学生だったら意外と覚えていることが多い$11^2=121, 2^{10}=1024, \frac{1}{7} \fallingdotseq 0.\dot{1}4285\dot{7}$等の九九から少し外れた計算は筆算で求めないと行けなくなり，インド式計算など計算手順を簡略にする方法等も知らないことが多く，本質的に九九で計算できない 2 桁以上の掛け算・割り算は筆算を必要とするとして時間がかかるもの，その計算を無理に暗算で求めようとして間違える等，最小限にする必要がある。また，計算の工夫をしようとせず順番通りに計算する可能性が高いため，割り算を先に出すと先に割り算をはじめる関係で，割り算は掛け算より後に出す。

- 3 桁以上の足し算・引き算は最小限に

足し算・引き算でも基本的に1桁で計算できないものは基本的に全て筆算となるが，1桁に限ると殆ど問題が作れなくなるので，3 桁以上の足し算・引き算を最小限にする。

- 分数で求める箇所は計算途中を求めさせる場合などに限定する

分数で求める箇所は必要になる場合もあるが，それは計算途中を求めさせる場合などに限り，例えば$\frac{3}{7}$と$\frac{4}{9}$の大小関係は(電卓などで)小数に直さないと分からない受講生もいる前提で組む。

そのため，いざとなれば四則演算のみで手計算可能な状況で，電卓があると楽位に設定する。

以下は数値例で示すが，問題の特性を理解しての数値変更は勿論できる前提で話を進める。

3．収穫逓増・輸送費そして自国市場効果の基となる立地選択の入った 2 財モデル

まずは 1 つめのモデルとして，鉄道で繋いだ 2 地域・2 財(第 1 財・第 2 財)のモデルを考える。両地域とも同じ 2 種類の財を消費し，地域内ではどちらの財も労働 1 要素のみで生産できる同じ生産関数を持つとする。効用関数 U は第 1 財消費量と第 2 財消費量の積とし，まずは（立地問題を後回しにして）次の図 1 のような基本設定を考える。鉄道以外では移動できないとする。

[3] 他に連立方程式は 2 元 1 次連立方程式までとし，解が整数になるものに限り，本質的には最小限にする，などがある。連立方程式が入ると，計算速度は急激に落ちるので，一連の流れを追わせる際に著しく支障を来すので最小限にする，という部分がある。

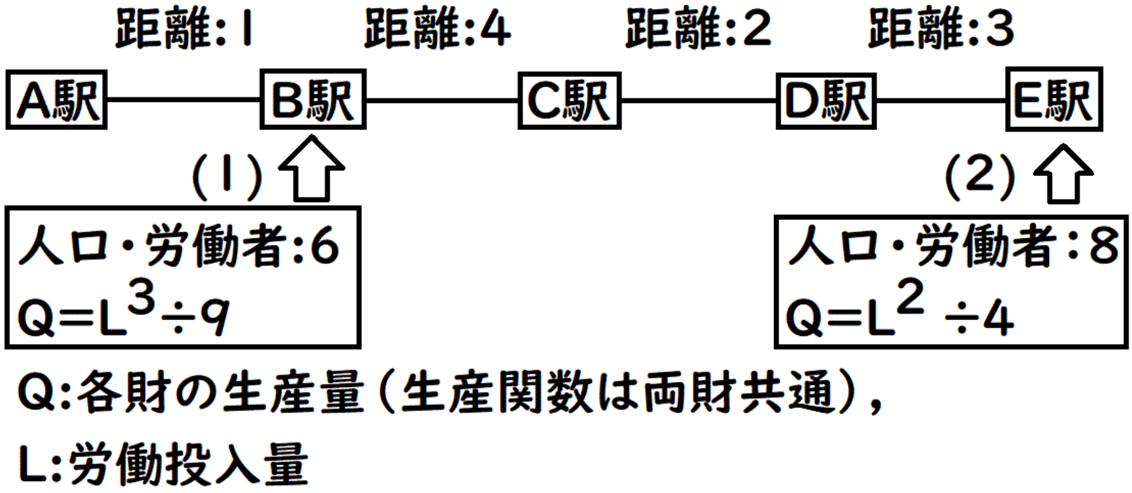

図 1: 1 つめの練習問題の基本設定

鉄道が通る前を閉鎖経済・鉄道が通った状況を開放経済に例えて，計算を進めることになる。

まずは閉鎖経済の状況から求める。(1)・(2)の地域とも閉鎖経済では両財とも自地域で作る必要があるので，(1)の地域では両財とも均等に作る必要があり [4]，6÷2=3 で各財に 3 ずつ労働投入を行い，$3^3 \div 9 = 3$で第 1 財・第 2 財共に 3 ずつ作られる。効用水準は 3×3=9 で 9 となる。(2)の地域では同様に 8÷2=4 で各財に 4 ずつ労働投入を行い，$4^2 \div 4 = 4$で第 1 財・第 2 財共に 4 ずつ作られる。効用水準は 4×4=16 で 16 となる。

ここで注意すべき点としては，数値変更を行う際に本質的に九九で計算可能な累乗には限りがあるという部分である。2 乗は 2 から 10 まで(10 は桁移動だが)問題なく出来るのに対し，3 乗が出来るのは 2 と 3 だけであり(4 だと$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 16 \times 4$となり，筆算が必要になる)，2 も計算を工夫し 6 乗が限度となる:$2^6 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) = (4 \times 2) \times (4 \times 2) = 8 \times 8 = 64$。そのため，ある程度数字が大きくなりそうなときは約数で割っておくことで大きくなるのを防ぐ。(1)・(2)の地域は数値や問題設定を一部入れ替えるときに A 駅と B 駅，D 駅と E 駅を容易に入れ替えられるように矢印で該当する駅の場所を示してある。

鉄道の設定にしてあるのは前の駅に着かないと次の駅に行けないという 1 次元の特性を離散的に示せるからであり，ホテリングモデル以来の1次元モデルを模式的に示すものである。受講生に地域性が見られる場合，その受講生にとって馴染みの無い地域の実際の名称などを充てるという手もある [5]。

---

[4] 両財を均等に作る必要がある，という部分は厳密には証明が必要であるが外生的に与える。

[5] 工夫の例として例えば名古屋駅と書くと誰しもその地域では交通の要所と分かってしまうので，名古屋経済圏でない場合で名古屋駅を表現する場合は「名駅」と書くことにする（札幌経済圏での「札駅」も同様：広島経済圏だと「広島駅」以外に「広駅」という駅があるので，全ての地区で使えるわけではない）。名古屋経済圏では名駅は名古屋駅のことであると当然のように知られていて「名駅」という地名もあるが，他の地区では「名駅」とは何のことか分からないからである（検索してようやく分かるもの）。筆者は専修大学という南関東にある大学で，その受講生にはあまり知識として仮定されない名鉄瀬戸線（のお堀電車時代）の駅名（大津町等）で出題した事がある。

ここで鉄道が開通し，(1)･(2)の地域を鉄道で行けるようになった開放経済を考える。貿易のパターンは決まらないが貿易の利益･恩恵は決まるという説明に繋げるために，(1)の地域は第 1 財のみ，(2)の地域は第 2 財のみに生産を特化させるという設定を入れる。(1)の地域では労働賦存量 6 を全て第 1 財に投入すればよいが，そのまま計算してしまうと 36×6 の段階で筆算の計算が必要なので，解説には約分を優先させる次の計算手順を入れる。

$$6^3 \div 9 = \frac{6 \times 6 \times 6}{9} = \frac{2 \times 2 \times 6}{1} = 4 \times 6 = 24,$$

この結果，(1)の地域では 24 だけ生産される。当初，閉鎖経済時の第 1 財の生産量は 3 であった。(2)の地域も 8 だけ第 2 財の生産に充てられるが，同様にそのまま計算すると 64÷4 の段階で筆算が必要になるので，解説には約分を優先させた次の計算手順を入れる。

$$8^2 \div 4 = \frac{8 \times 8}{4} = \frac{2 \times 8}{1} = 2 \times 8 = 16,$$

この結果(2)の地域では 16 だけ生産される。当初，閉鎖経済時の第 2 財の生産量は 4 であった。

ここで鉄道を通じた交易（貿易）を入れるが，ここでの氷塊型輸送費を図 2 で外生的に与える。

(1)⇒(2)に第1財が14だけ送られる。送った量の$\frac{5}{7}$だけ届く。

(2)⇒(1)に第2財が6だけ送られる。送った量の$\frac{2}{3}$だけ届く。

図 2: 氷塊型輸送費の設定

Google Forms 等のオンラインテスト等の場合には図 2 など問題毎に変わる設定の部分を図(GIF 画像など)で示すことにより，同じ難易度･同じ形式の異なる問題を作るときは作り易くなる [6]。

他の地域に送った分はその地域では消費できなくなるので，図 3 のような比較となる。

	第1財		第2財	
(1)	24	⇩14	0	⇧6
(2)	0		16	

⇨

	第1財	第2財	効用	
(1)	24-14=10	$6\times\frac{2}{3}=2\times2=4$	10×4=40	>9
(2)	$14\times\frac{5}{7}=2\times5=10$	16-6=10	10×10=100	>16

図 3: 解説用の動き

この結果，(1)の地域では第 1 財の消費量:10，第 2 財の消費量:4 となり，効用は 40 で交易前より高くなる（正確にはこの程度の氷塊型輸送費なら両財とも消費量は増えている）。(2)の地域では第 1 財の消費量:10，第 2 財の消費量:10 となり，効用は 100 で交易前より高くなる（正確にはこの程度の氷塊型輸送費なら両財とも消費量は増えている）。両地域ともこの氷塊型輸送費が入っても，交易で得をしているので，交易（貿易）はすべきとの結論になる。この結果は(1)の地域

[6] 但し，無線時は図がダウンロードできる程度の Wi-Fi 環境は確保することを注意しておく必要がある。それを伝えておかないと非常に脆弱な環境で受験しようとして「図がダウンロードできません」という声が出るからである。

が第 2 財を，(2)の地域が第 1 財を輸出する構図でも構わないので，貿易パターンは決まらないが貿易の利益・恩恵は出ていて，その主因は収穫逓増を利用した生産物の貿易にある。生産構造が同じなので，同じ産業でも問題ないとして産業内貿易も説明可能となる。

図 1 では各駅間の距離を表示しているが，駅名と共にここまでは使わなかった。ここで立地問題として，輸送費「概算」の最小化という問題設定を入れる。人口で近似した市場規模に対し，そこまで持っていく距離をかけた人口×距離の和を輸送費の概算とみなし，その最小化をした立地をすると考える。比較的各地の真ん中らへんにある C 駅だと輸送費概算は次の様になる。

- C 駅：6×4+8×(2+3)=24+8×5=24+40=64,

立地した地域の人口には輸送費はかからないとして，残りは次のようになる。

- A 駅：6×1+8×(1+4+2+3)=6+8×(5+5)=6+8×10=86,
- B 駅：8×(4+2+3)=8×(6+3)=8×9=72, (1)の地域には輸送費 0,
- D 駅：6×(4+2)+8×3=6×6+24=36+24=60,
- E 駅：6×(4+2+3)=6×(6+3)=6×9=54(輸送費最小)， (2)の地域には輸送費 0,

この結果，A 駅～E 駅までの間で輸送費を最小化する立地は中間に近い C 駅ではなく，端だが大市場のある E 駅となる。これで，市場規模の大きなところに立地しようとする自国市場効果の傾向が説明できる。本来，国際貿易論では国同士の貿易で説明すべきであるが，国が変わることで通常日本が抱える「通貨の違い」等の調整を説明するのを避けるために地域としている。日本だと国際的に繋がっている鉄道が無い事も，地域としている理由である。

さて，この練習問題には，新貿易理論に向けた練習問題を名乗る上で幾つかの支障がある。

1 つは新貿易理論では主要な結果の 1 つ，貿易・交易による財の消費できる種類が増える特性を説明できない所である。2 財モデルなので，消費できる財の種類が貿易で増えるという特性は出せない。この設定をする上では 3 財以上のモデルとする必要があるが，3 財モデルの場合には生産を固めるという設定を説明するのが難しいだけでなく，同じ様な国でも，という説明が難しい。この対処としては n 財・m 財モデル化してはどうか，ということも考えられるが，文字が残ることで計算に支障を来す受講生への配慮を考えると，財の種類は少なくした方がよい。また，消費できる財の種類を増やす場合には，消費量の掛け算やコブ＝ダグラス型等の効用関数は使えない。

もう 1 つはモデルとしての特性である。今回，輸送費に関して氷塊型輸送費による財の届く量の減少と輸送費概算の最小化という 2 つのものを入れた。この 2 つは異質な入れ方であり，その意味では ad hoc と言わざるを得ない。

次の節ではこうした点を改良した練習問題を提案する。

4．消費できる財の種類が交易（貿易）で増える 4 財モデル

続いて消費できる財の種類が交易（貿易）で増える 2 地区(X 地区・Y 地区)・4 財(第 0 財・第 1 財・第 2 財・第 3 財)モデルを取り上げる。技術・資源等の関係で X 地区は第 3 財を，Y 地区は第 0 財を作れないとして，効用関数は(各財の消費量「+1」)の掛け算で決まるとする。この+1 が入る事で，消費できない財があっても他の財の消費を反映できる。基本的な想定は図 4 の通りである。

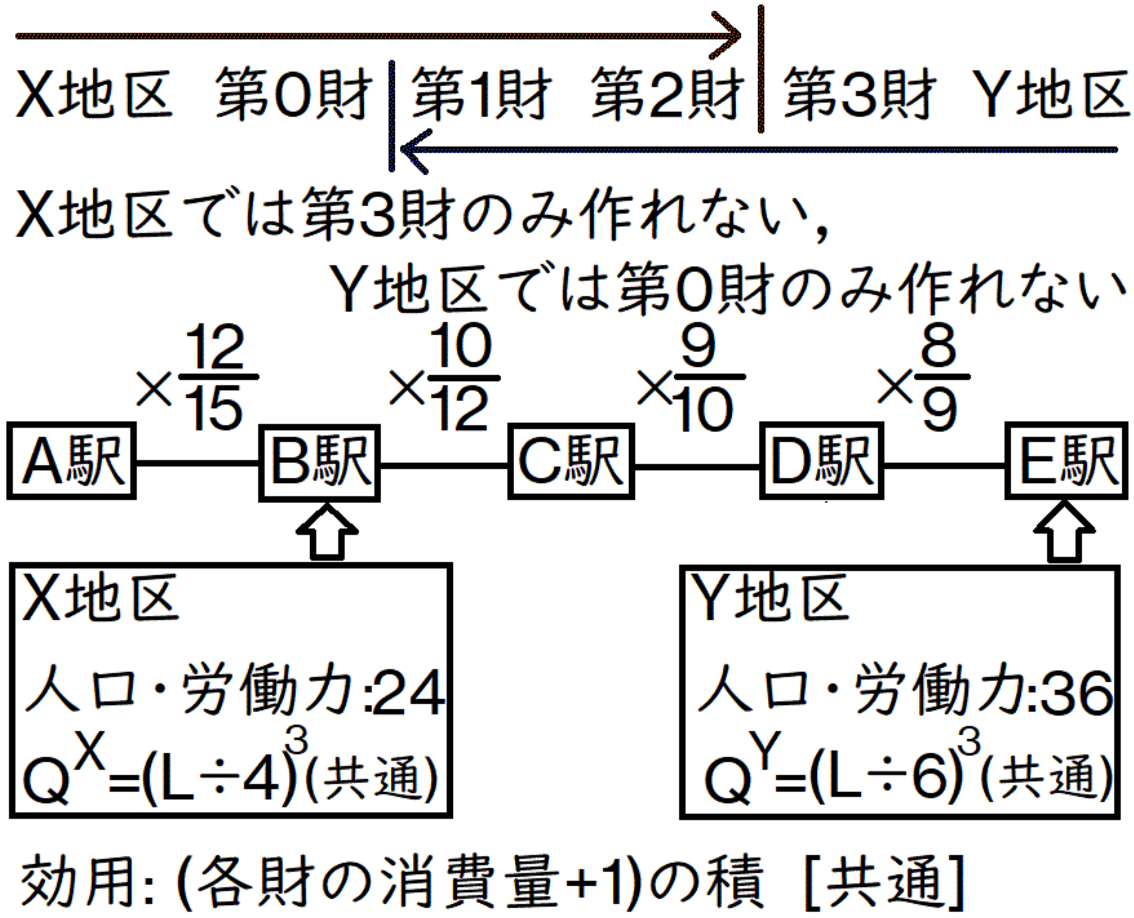

図 4: 練習問題 2 の基本想定

ここでは氷塊型輸送費が 1 駅毎にかかるが, 約分によりどれだけの倍率になるかは容易に分かるように設定している。例えば図 4 の数値例では B 駅-E 駅間は送った量の$\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$倍だけ届くことになる。生産量Q^X, Q^Yは地区内では生産可能な各財で共通であり, 地区毎に共通している。指数乗する前に割ることで, 数値が大きくなりすぎるのを防いでいる。鉄道が通る前が閉鎖経済で, 鉄道が通ることで 2 地区の交易(貿易)が始まる点は先の問題と同様である。立地問題は後に回す。

鉄道が通る前の閉鎖経済では各財作れるものはそれぞれ作った方が良いが, 各地区作れない財が 1 種類ずつ存在するので, 各地域 3 種類の財をそれぞれ均等に作ることになる [7]。X 地区では 24÷3=8 で各財に 8 ずつ労働を振り向けるので, $(8 \div 4)^3 = 2^3 = 8$で 1 だけ第 0 財・第 1 財・第 2 財と作られ, 消費される。第 3 財は生産できないので生産量・消費量共に 0 となる。この結果, X 地区の効用は$(8+1) \times (8+1) \times (8+1) \times (0+1) = 9^3 \times 1 = 729$で 729 となる。Y 地区では 36÷3=12 で各財に 12 ずつ労働を振り向けるので, $(12 \div 6)^3 = 2^3 = 8$で 8 だけ第 1 財・第 2 財・第 3 財と作られ, 消費される。第 0 財は生産できないので生産量・消費量共に 0 となる。この結果, Y 地区の効用は$(0+1) \times (8+1) \times (8+1) \times (8+1) = 1 \times 9^3 = 729$で 729 となる。

ここで鉄道が通り, X 地区と Y 地区の交易が始まるとする。異なる財に生産を集中させるため

---

[7] 均等に作ることが最も効用を高めることは本来証明が必要だが, 先程同様に外生的に与える。

に X 地区は第 0 財･第 1 財の 2 種類に，Y 地区は第 2 財･第 3 財の 2 種類に生産を集中させるとする。両地区ともに 2 種類の財をとも均等に生産すると想定して，X 地区は 24÷2=12 で 12 ずつ労働を第 0 財･第 1 財に振り向けるので，第 0 財･第 1 財の生産量は$(12 \div 4)^3 = 27$で 27 ずつとなる。第 2 財･第 3 財は生産していないので生産量は 0 となる。Y 地区は 36÷2=18 で 18 ずつ労働を第 2 財･第 3 財に振り向けるので，第 2 財･第 3 財の生産量は$(18 \div 6)^3 = 27$で 27 ずつとなる。第 0 財･第 1 財は生産していないので生産量は 0 となる。図 5 のように送るとする。

X地区→Y地区に第0財・第1財を15ずつ送る。
Y地区→X地区に第2財・第3財を12ずつ送る。

図 5: 外生的に与える輸送量

先ほど，B 駅-E 駅間は氷塊型輸送で残る倍率は$\frac{2}{3}$倍と計算してある。他の地区に送った量はその地区では消費できないので，最後の効用の計算はやや複雑だが，図 6 のようになる。

	第0･1財	第2･3財			第0･1財	第2･3財	効用
X地区	27 ⇩15	0 ⇧12	⇨	X地区	27-15=12	$12\times\frac{2}{3}=8$	$(12+1)^2\times(8+1)^2$ =13689 >729
Y地区	0	27		Y地区	$15\times\frac{2}{3}=10$	27-12=15	$(10+1)^2\times(15+1)^2$=30976 >729

図 6: 解説用の動き

このため，効用は X 地区･Y 地区ともに交易（貿易）で高まっている（正確には，以前の消費量以上の消費が各財で達成されている：X 地区の第 2 財以外は全て消費量が増えている）ので，X 地区･Y 地区とも交易を行った方が良い，という帰結になる。また，3 財消費⇒4 財消費へと消費する財の種類が増えていて，生産する財は 3 財生産⇒2 財生産へと集中している。

この問題において，輸送費最小化を想定した立地選択の問題は，氷塊型輸送費を前提として各地区に（市場規模に見立てた）人口分だけ消費財を届けるための必要な生産量を最小にすればよい。例えば C 駅に立地したとすると，その必要な生産量は次のように求められる。

- C 駅: $24 \div \frac{10}{12} + 36 \div \frac{8}{10} = 24 \times \frac{6}{5} + 36 \times \frac{5}{4} = 28.8 + 9 \times 5 = 28.8 + 45 = 73.8,$

このようにして残りの値を求めると次の様になる。

- A 駅: $24 \div \frac{12}{15} + 36 \div \frac{8}{15} = 24 \times \frac{5}{4} + 36 \times \frac{15}{8} = 6 \times 5 + 9 \times \frac{15}{2} = 30 + 67.5 = 97.5,$
- B 駅: $24 + 36 \div \frac{8}{12} = 24 + 36 \times \frac{3}{2} = 24 + 18 \times 3 = 24 + 54 = 78,$
- D 駅: $24 \div \frac{9}{12} + 36 \div \frac{8}{9} = 24 \times \frac{4}{3} + 36 \times \frac{9}{8} = 8 \times 4 + 9 \times \frac{9}{2} = 32 + 40.5 = 72.5,$
- E 駅: $24 \div \frac{8}{12} + 36 = 24 \times \frac{3}{2} + 36 = 12 \times 3 + 36 = 36 + 36 = 72,$

この結果，輸送費最小となる E 駅での立地が望ましいとなる。この E 駅は人口で見立てた市場の大きな地域であり，こうして自国市場効果が明らかとなる。

この練習問題には，この立地問題における数値の制約が存在する問題がある。X 駅と Y 駅に人口がいるとすれば，両極も含めて通常はその間という事になる。X 駅の市場規模を X，Y 駅の市場規模を Y として，その間の R 駅では X 駅まで持っていくのに$\frac{r}{x}(\leq 1)$倍だけ残り，Y 駅まで持っていくのに$\frac{y}{r}(\leq 1)$倍だけ残るとする。そうすると$X \div \frac{r}{x} + Y \div \frac{y}{r} = \frac{Xx}{r} + \frac{Yr}{y}$を$(0 <)x \leq r \leq y$となる

rで最小化することになる。内点解の 1 階の必要条件は$-\frac{Xx}{r^2}+\frac{Y}{y}=0 \Leftrightarrow r=\sqrt{\frac{Xxy}{Y}}$となる。自国市場効果を説明するには，この値が$x$と$y$の高い方になる必要がある。今回は$y$となるので，$\frac{X}{Y}=\frac{y}{x}$が満たされる必要がある。このように，自国市場効果を満たす数値の制約がある。

5．おわりに

本稿では微積分を外した新貿易理論の骨子を学べる練習問題の開発を取り上げた。難点は残るが，収穫逓増による世界的な生産量の増加だけよりは色々な帰結を学べる練習問題となっていると考えられる。

参考文献

P. Krugman (1979) “A Model of Innovation, Technology Transfer, and the World Distribution of Income,” *Journal of Political Economy*, 87(2), pp.253-266.

P. Krugman (1980) “Scale Economies, Product Differentiation, and the Pattern of Trade," American Economic Review, 70(5), pp.950-959.

P. Krugman, M. Obstfeld, and M. Melitz (2022) “International Economics, Global Edition,” 12th edition, Pearson Education Limited, Harlow.

小川健(2017)「加重相乗平均の加重相加平均による近似～関数電卓なしに実効為替レートは近似計算可能か～」専修大学社会科学研究所月報 No.646，2017 年 4 月，pp.1-14.

友原章典(2020)「演習問題で学ぶ 国際経済学へのいざない コンパクト」日本評論社.