

# 「人間開発」の経済成長モデル：生産的消費仮説と均衡の不決定性\*

東北大学 大東一郎†

2012年4月27日

## 要旨

本論文では、「消費の増加が労働生産性を改善する」という生産的消費仮説 (PCH) を Benhabib and Farmer (1994) モデルに導入した新たな動学的一般均衡モデルを用いて、PCH が貧困な発展途上国経済の均衡動学に対してもつ含意を明らかにする。第1に、労働外部性が十分に大きいとき、資本外部性が存在しなくても PCH 効果が存在すれば「均衡の不決定性」が生じる。したがって、均衡の不決定性は先進国だけでなく貧困な発展途上国でも重要である。第2に、労働外部性が小さく決定的 (鞍点安定) な複数の定常均衡が存在する場合、PCH 効果が弱い経済では均衡経路は「期待のコーディネーション」によって選ばれる。それに対し、PCH 効果が強い貧困な経済では、それは「歴史的に (初期条件によって)」決まる。この場合、経済成長を始動させるためには大規模な初期投資「ビッグ・プッシュ」が必要である。第3に、労働外部性が強い状況では、定常均衡が決定的であれば、移行動学経路上で消費と資本はともに単調に増加する。だが定常均衡が不決定的 (完全安定) であれば、消費と資本は循環運動を含む非単調な移行動学にしたがう。第4に、「人間開発」援助が導入されたとき、当初は消費や資本ストックが増減する非単調な動きを示すにもかかわらず、長期的には厚生水準が高くなるような状況が生じることがある。また、労働外部性が小さい (現実妥当性の高い) 経済で PCH 効果が強い場合には、「人間開発」援助が長期的な厚生水準を悪化させるという逆説的な事態が生じる。

**Keywords:** Growth Model, Human Development, Productive Consumption Hypothesis, Indeterminacy of Equilibrium

*JEL Classification Codes* : O11, O15, E13

---

\* 本論文の旧稿を大阪大学「マクロ経済学研究会」(2010年12月)で報告した際に、三野和雄先生(京都大学)、二神孝一先生(大阪大学)、祝迫達郎先生(大阪大学)、敦賀貴之先生(京都大学)、工藤教孝先生(北海道大学)からいただいた有益なコメントに感謝する。本稿の作成にあたっては、文部科学省科学研究費補助金(基盤研究 (B) 21330070)による助成を受けた。記して謝意を表したい。

† 〒980-8576 宮城県仙台市青葉区川内 41 東北大学大学院国際文化研究科 国際経済交流論講座; Tel&Fax:022-795-7595; E-mail: idaito@intcul.tohoku.ac.jp

## 1. イントロダクション

2000年の国連ミレニアム宣言を中心とする「ミレニアム開発目標(Millennium Development Goals)」は、21世紀の発展途上国地域において経済開発政策の基軸を形成してきた。これは、1990年を基準年、2015年を達成期限として、(1)極度の貧困と飢餓の撲滅、(2)普遍的な初等教育の達成、(3)ジェンダーの平等推進と女性の地位向上、(4)乳幼児死亡率の低減、(5)妊産婦の健康状態の改善、(6)HIV/エイズ、マラリア、その他の疾病の蔓延防止、(7)環境の持続可能性、(8)開発のためのグローバル・パートナーシップの推進、という8つの目標を達成しようというものである。<sup>1</sup> 内容面の特徴としては、1980年代以降構造調整政策がしばしば順調に進まなかったことへの反省も踏まえて「市場メカニズムへの依拠」から視点を移し、「貧困の削減」に力点が置かれている。とくに、貧困な社会の中で栄養・衛生状態の改善、疾病の防止・健康の増進、初等教育の向上を進めるような社会開発を行い、究極的には途上国の人々の基本的人権が保障されていくことを目指す「人間開発 (human development)」の理念が追求されている。そしてこれらを達成するために、先進国や国際機関による開発援助にも一定の役割が期待されてきた。しかしながら、2010年までの実績を発展途上地域ごとにみても、2015年までに「ミレニアム開発目標」のターゲットを達成し「貧困削減」を進められる見通しのあるケースもあれば、いまだ進展が思わしくないケースもある。<sup>2</sup>

「人間開発」の理念は、A. Senの「人間の安全保障(human security)」の思想と通底しており、経済哲学的な基礎は堅固なものである。だが、経済理論的な観点からみると、「人間開発」が重要であるような貧困な発展途上国経済がどのような経済成長メカニズムをもち、どのような成長過程を辿りうるのか、したがって、こうした諸国で経済成長を始動させるためにどのような開発政策が有効たりうるのかといった問題には、いまだ精確な分析

---

<sup>1</sup> これらの目標の下には、具体的な21のターゲットと60の指標が設定され、国連は毎年その進展状況の報告書を刊行している。

<sup>2</sup> 例えば、日本の外務省 HP(<http://www.mofa.go.jp/mofaj/gaiko/oda/doukou/mdgs/about.html#report>)やそこにリンクされている『国連ミレニアム開発目標報告』を参照。

が加えられていない。

本論文では、貧困な発展途上国社会の中で栄養・衛生状態の改善、疾病の防止・健康の増進、初等教育の向上を進めるような「人間開発」の効果を分析できる経済成長モデルを構築し、こうした経済での分権的市場均衡経路がどのような特徴をもつか、また、経済成長にとってどのような開発政策が役立つかを明らかにする。そして、「人間開発」に役立つ援助を受け入れた貧困な発展途上国がどのような場合に社会厚生を改善するような経済成長を実現しうるか、また援助によって社会厚生が低下するという逆説的な結果が生じることはないかを、理論的に考察する。「人間開発」の基本にあるのは、栄養、健康、公衆衛生や教育（知識へのアクセス）の向上といった消費活動の改善が社会における人々の生産性を向上させるというアイデアである。<sup>3</sup> これは、開発経済学において「生産的消費仮説（Productive Consumption Hypothesis: PCH）」と呼ばれてきた考え方にほかならない。そこで、本論文ではこの PCH を標準的な経済成長モデルに取り入れることを考える。

Leibenstein (1957a,b) を嚆矢とする従来の研究では、PCH は「効率賃金仮説」の形でとらえられることが多く、開発経済学だけでなくマクロ経済学においても活用されてきた。ニューケインジアン経済学における実質賃金率の下方硬直性と非自発的失業の持続性を説明するマクロ経済理論としての役割はよく知られている。開発経済学における 1970 年代から 80 年代の研究では、PCH を静学モデルで定式化し、主として農村労働市場について考察がなされた (Stiglitz, 1976; Bliss and Stern, 1978; Gersovitz, 1983; Dasgupta and Ray, 1986)。1990 年代になると、動学モデルが用いられるようになり、複数の定常均衡が存在することが見出される等、興味深い成果が得られてきた (Ray and Streufert, 1993; Banerji and Gupta, 1997; Jellala and Zenoub, 2000)。しかし、こうした研究は主として労働市場内部の問題に焦点を

---

<sup>3</sup> 栄養、衛生、健康、教育の改善はインフラ整備や学校教育など「投資」によって実現される面もあるが、この側面は既に古くから研究されてきた。「ミレニアム開発目標」や「人間開発」の理念の中では、これらの改善自体が貧困の軽減を意味することに着眼しており、経済理論的にみれば、これは栄養、衛生、健康、教育の改善によって「効用が高められる」ことに対応する。そこで本論文では、栄養、衛生、健康、教育の改善が消費としての側面と生産性の向上という二重の効果をもつことを、新しい視点として取り入れることにしたい。

当てる傾向をもっていた。<sup>4</sup>

2000年代に入り、労働市場を超えた経済全体の成長過程を分析できる PCH の新しい動学モデルが Steger (2000, 2002) によって提示された。Steger (2002) は、通時的効用最大化にもとづく標準的な経済成長モデルに PCH を導入する2つの定式化を提唱している。1つは、Rebelo (1991) の AK 型内生成長モデルと同じ「広義の資本」という概念を用い、「1人あたり消費の増加が社会における（非体化型の）人的資本の蓄積を加速する」という定式化である。<sup>5</sup> もう1つは、「1人あたり消費の増加が労働生産性を高める」という定式化である。

第1の定式化にもとづく AK 型内生成長モデルにより、Steger (2000) は、PCH が妥当する経済では貯蓄がプラスの局面だけでなく貯蓄がゼロとなる局面が生じうることを示した。しかし、彼のモデルのプラス貯蓄の局面では、1人あたり所得の成長率が一定となる斉一成長経路 (Balanced Growth Path: BGP) は存在せず、「漸近的な BGP」しか存在しない。<sup>6</sup> BGP が存在しないモデルでは経済成長分析の標準的な手法が十分には使えないために、BGP が一意なのか複数なのか、BGP が安定になりうるのか、移行動学経路は位相図でみてどんな性質をもつのか等は必ずしも明らかでなく、比較静学や比較動学も行えなかった。<sup>7</sup> これに対して、Daitoh (2010) は、人口成長率を生産化すれば、Steger (2000) 型の PCH 成長モデルでも鞍点安定的な BGP が存在しうることを明らかにした。<sup>8</sup> そして、標準的な成長分析の手法(位相図など)によって移行動学経路の性質を分析し、発展途上国地域で観察される人口成長率の低下傾向や逆U字型変化を資本蓄積のインセンティブが働かない局面からそれが働く局面への移行を通じて説明するという新しい分析を行った。しかしながら、Daitoh (2010) では、「消費の増加が労働者の身に体化される労働生産性を向上させる」と

---

<sup>4</sup> Lambson (1992) は、PCH 下において貿易政策が雇用と所得分布に及ぼす影響の研究を行っている。

<sup>5</sup> 最近では、成長経済学と健康経済学の研究者たちが協力・連携を始めている。例えば、Lopez-Casasnovas et al. (2005) を参照。

<sup>6</sup> プラス貯蓄局面について、Steger (2000) はさらに移行局面と漸近的な局面とに分けて考察している。

<sup>7</sup> Steger (2000) は、均衡の性質をシミュレーションによって検証している。

<sup>8</sup> ただし、BGP として「1人あたり所得が一定となる定常状態」を考えている。

いう PCH の第 2 の定式化は扱っていない。

それに対して、Gupta (2003) は、労働供給を外生的として、消費の増加が労働生産性を改善する定式化を用いた内生成長モデルを構築した。<sup>9</sup> 彼のモデルでは、Steger(2000)とは異なり、貧困な発展途上経済により相応しいと思われる「1人あたり所得が一定となる定常状態」を考えている。だが、この定常状態が完全不安定であることも示され、初期状態が任意に与えられると、実際に定常状態が達成されるとはいえないという理論的な問題が残されていた。また、Steger (2002) による「消費の増加が労働生産性を向上させる」タイプの成長モデルの分析では、1人あたり所得水準と所得の成長率との間に逆U字型の関係が見出された。だがこのモデルにも BGP が存在せず「漸近的な BGP」を考えるほかはないという問題が残されていた。実際、Steger (2002) では成長分析の標準的な解析的手法が使えず、上記の逆U字型関係も数値シミュレーションによって導かれているのである。

こうしたモデル化の難しさから、「消費が労働生産性を改善する」タイプの PCH を標準的な成長モデルに導入しても有益な経済成長分析を行うことは難しいと考えられるかもしれない。だが、本論文の第 1 の理論的貢献は、労働生産性改善タイプの PCH を導入した操作可能な経済成長モデルを構築できることを示す点にある。このモデルでは、標準的な成長分析の手法（位相図など）を使って、定常均衡の安定性や移行動学経路の性質を解明できるとともに、比較静学および比較動学も行うことができる。これにより、「人間開発」が重要であるような貧困な発展途上国の経済成長過程や開発援助の効果について、精確な分析が可能となるのである。

生産的消費の労働生産性への影響（PCH 効果と呼ぶ）は、消費者にとって内部的なことも外部的なこともあるだろう。すなわち、自分が行う消費によって栄養・健康・教育などが向上して自分の労働生産性がどの程度高められるかは、自分で正確に認識しかつコント

---

<sup>9</sup> Gupta(2003)の定式化では、生産的消費  $((1-\lambda)c)$  は労働生産性を改善するに過ぎず、効用関数には影響を及ぼさない。この場合、消費が生産性と効用とを同時に改善するという、Steger が指摘する PCH の重要な側面は捉えることができない。

ロールすること（内部化）ができるという見方は可能である。だが他方、貧困な発展途上国社会の劣悪な衛生状態の中で消費活動（食料・水の摂取、医療サービスを受けることも含む）が行われる場合、消費者に自分では防ぎきれない体調不良や疾病が生じることも少なくない。すなわち、消費が労働生産性を高める効果は、消費者自身でも完全にコントロールすることは難しく、場合によっては正確に予測することすら難しいこともある。こうした事情を考慮すると、PCH 効果は、すべて内部化されていると想定するより、むしろ外部経済効果として扱うことが妥当であるように思われる。

労働に関わる「外部経済効果」が働く動学的一般均衡モデルは、1990年代からマクロ経済動学の研究において詳しく分析されてきた。なかでも、通時的効用最大化を基礎に労働供給を内生化した RBC モデルに資本や労働の外部経済効果を取り入れると、定常均衡が鞍点安定となる場合だけでなく完全安定になる場合があることは、よく知られている。前者の「決定的（鞍点安定）な」定常均衡の場合には、初期条件を与えれば移行動学経路は一義的に決まるのに対して、後者の「不決定的（完全安定）な」定常均衡の場合には、初期条件が与えられても移行動学経路は無数に存在し一義的には決まらない。こうした「均衡の不決定性」は、複雑な経済変動を生み出すという点でも、初期条件や経済的与件が同じ経済であっても長期的に辿る発展過程が様々に異なる可能性があることを理論的に基礎づける点でも、重要な含意を持ちうるものである。

そこで本論文では、「均衡の不決定性」の分析を行う際のベンチマーク・モデルとなっている Benhabib and Farmer（1994）モデルに PCH を取り入れた新たな動学的一般均衡モデルを構築する。Benhabib and Farmer（1994）モデルは、効用最大化の下で労働供給が内生化されているとともに資本や労働の外部経済効果も考慮されている点で、たしかに分権的市場経済についての一般性の高い分析枠組みを提供している。だが、それは主に先進国を想定したマクロ経済モデルであり、貧困な発展途上国経済にどの程度適用できるのかという問題がある。とくに注意を向けるべき点として、同モデルでは資本外部性と労働外部性がと

もに働くことが「均衡の不決定性」が生じるために必要である。とくに、資本外部性が存在しないなら、均衡の不決定性は生じない(Benhabib and Farmer (1994), p.29)。だが、「資本外部性」とは、過去から社会に蓄積されてきた知識ストックが発揮する生産にとって有益な社会的機能を表すものである。PCH が妥当するような厳しい貧困の中にある発展途上経済では、資本蓄積水準は低く資本ストックの内容もさほど知識集約的とはいえないことから、資本外部性の働きは小さいと思われる。<sup>10</sup> そうであれば、こうした発展途上経済の成長過程の分析に「均衡の不決定性」のモデルを適用することは、適切でないのかもしれない。ところが、本論文のモデルの第2の理論的貢献は、(労働外部性が十分に大きい場合には)資本外部性が存在しなくてもPCH効果が大きければ、「均衡の不決定性」が生じる可能性があることを見出した点にある。これにより、Benhabib and Farmer (1994)の「均衡の不決定性」モデルを基礎にした動学経路の分析は、発展途上国経済にとっても意義あるものと考えられるのである。

本論文の結論は、以下の4点にまとめられる。第1に、PCH効果が単独で「均衡の不決定性」を生じさせる原因になることはない。しかし、労働外部性が十分に大きい状況では、資本外部性が小さくても(ゼロであっても)PCH効果が大きいなら不決定性が生じうる。第2に、労働外部性が小さく定常均衡が鞍点安定の場合には、PCH効果が弱い経済では、低い資本ストックの初期水準から出発する移行(鞍点)経路上で消費も資本も増大していく。だが、PCH効果が十分に強い経済では、資本蓄積の過程で消費が減少することもありうる。複数の定常均衡が存在する場合、PCH効果が弱い状況では均衡経路は「期待のコーディネーション」によって決まるが、PCH効果が強い状況では「歴史(初期条件)」によって決まる。第3に、労働外部性が強い場合、定常均衡(SE)が決定的(鞍点安定)であれば、低い初期資本ストック水準から出発する移行動学経路上で消費と資本はともに単調に増加する。だがSEが不決定的(完全安定)であれば、消費と資本は循環運動を含む非単調な移行

---

<sup>10</sup> 労働外部性は、労働者間でのコミュニケーションから生じる知識・情報の交流が社会の生産性を高める効果だから、発展途上国でも重要であろう。

動学にしたがう。第4に、「人間開発」援助が導入されたとき、当初は消費や資本ストックが増減する非単調な動きを示すが、長期的に（新しい定常均衡で）は厚生水準が高くなるという状況も生じることがある。また、労働外部性が小さい経済で、PCH効果が強い場合には、「人間開発」援助が長期的な厚生水準を悪化させるという逆説的な事態が生じうる。

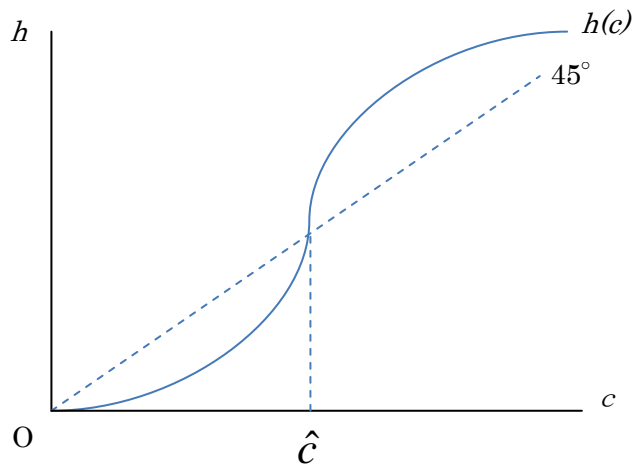
## 2. 基本モデル

本論文では、PCHを、Benhabib and Farmer (1994)の生産要素（資本・労働）外部性と内生的労働供給の下での動学的一般均衡モデルに導入する。人口を1に規準化し、人口増加はないと仮定する。<sup>11</sup> 本論文でのPCHは、各時点 $t$ において労働者1人あたり消費 $c_t$ の増加が単位時間当たりの労働生産性 $h(c_t)$ を改善すること（ $h'(c_t) > 0$ ）を意味している。Stiglitz (1976)は、効率賃金関数を以下の図のようなS字型曲線として提示した。本論文ではこの性質を捉えつつ、単純な関数を前提としても均衡解が必ずしも単調な動きを示すとは限らないという（非線形均衡動学の研究で強調された）論点を明瞭に示すため、PCH関数 $h(c_t)$ は凹関数または凸関数のどちらかであると仮定する。それが凸関数の場合は消費 $c$ が（グラフの変曲点） $\hat{c}$ 以下の領域にあり、凹関数の場合は消費 $c$ が $\hat{c}$ より大きい領域にあると解釈してもよいであろう。各労働者が供給する労働時間数を $n_t$ とすると、各労働者の効率単位での労働供給量は、 $N_t = h(c_t)n_t$ である。

---

<sup>11</sup> これより、1人あたりの変数と経済全体の集計量は同じ記号で表される。





## 2.1 分権的市場均衡

本論文では、分権的市場均衡を考察する。代表的企業の生産量を  $y$  とし、その生産関数  $y = f(k, h(c)n; \bar{X})$  は資本  $k$  と効率労働  $N = h(c)n$  について「規模に関する収穫不変」を示すと仮定する。しかし、資本と労働の外部経済効果  $\bar{X} = \bar{X}(\bar{k}, h(\bar{c})\bar{n})$  が存在するため、社会的生産関数は「規模に関する収穫逓増」を示すと想定する。また、貧困な発展途上経済では人々が消費の増加によって自分の生産性がどの程度改善されるかを必ずしも正確にコントロールできていないことが考えられるから、PCH 効果  $h(c)$  は労働者個人にとっては外部性として働くことと仮定しよう。外部性関数の独立変数  $\bar{c}$ 、 $\bar{n}$ 、 $\bar{k}$  は、消費者にとっては予想値と解することができる。

$\bar{X}$  を所与とすると、資本レンタル率  $r$  および効率労働 1 単位あたりの賃金率  $w$  は、それぞれ、資本と労働の限界生産物に等しい：

$$r = \frac{\partial f(k, h(c)n; \bar{X})}{\partial k}, \quad w = \frac{\partial f(k, h(c)n; \bar{X})}{\partial N} \quad (1)$$

消費者は、すべての資本を所有し、各労働者は 1 単位の時間を保有し、これを余暇時間  $l(t)$  と労働時間  $n(t)$  とに配分できる。したがって、時間制約は以下ようになる：

$$n(t) + l(t) = 1. \quad (2)$$

代表的消費者は、瞬時的効用  $u = u(c(t), l(t))$  を消費  $c(t)$  および余暇  $l(t)$  から得るものとする。労働供給  $n(t)$  は内生的に決定される。ここで、 $u(c, l)$  は  $c$  と  $l$  について凹関数である ( $u_c > 0, u_l > 0, u_{cc} < 0, u_{ll} < 0, u_{cc}u_{ll} - u_{cl}u_{lc} > 0$ ) と仮定する。代表的消費者は、賃金率  $w$ 、資本レンタル率  $r$  の時間経路の予想を所与とし、労働生産性への消費の影響  $h(c)$  を外部性とみなして、通時的効用

$$U = \int_0^{\infty} u(c(t), l(t)) e^{-\rho t} dt \quad \rho > 0 \quad (3)$$

を最大化するような消費と労働供給の時間経路  $\{c(t), n(t)\}_{t=0}^{\infty}$  を選択する。その際、時間制約 (2) とフロー予算制約

$$\dot{k}(t) = r(t)k(t) + w(t)h(c(t))n(t) - c(t) - \delta k(t) \quad (4)$$

の下で行動すると考える。

まず、経常価値 (current value) ハミルトン関数を

$$H(c, n, p) = u(c(t), n(t)) + p(t)\{r(t)k(t) + w(t)h(c(t))n(t) - c(t) - \delta k(t)\} \quad (5)$$

で定義する。ここで  $p(t)$  は共役変数である。1 階の必要条件 (FOC) は：

$$H_c = u_c(c, 1-n) - p = 0 \quad (6)$$

$$H_n = -u_l(c, 1-n) + pwh(c) = 0 \quad (7)$$

$$\dot{p} = p[\rho + \delta - r] \quad (8)$$

および横断性条件である。ここで、各関数の下付き添え字は偏微分を表す。消費者にとって賃金率  $w$ 、資本レンタル率  $r$ 、 $h(c)$  は外生的であるため、制約条件 (4) の左辺は操作変数  $c$  と  $n$  および状態変数  $k$  について線形関数とみることができる。また、瞬時的効用関数  $u(c, l)$  は凹関数と仮定したから、消費者の視点から見たハミルトン関数は  $c$  と  $n$  および  $k$  に

ついて凹関数である。したがって、上記の必要条件は、分権的市場均衡経路が満たす十分条件でもある。

このモデルを解くには、(1) を所与として、(6) と (7) を連立することにより、 $c$  と  $n$  をそれぞれ  $k$  および  $p$  の関数として表せばよい。そして、(完全予見) 均衡経路上では  $\bar{k} = k$ 、 $\bar{n} = n$  および  $\bar{c} = c$  が成り立つことを用いると、(4) と (8) から  $k$  と  $p$  についての2元連立微分方程式：

$$\dot{k} = f(k, h(c(k, p)n(k, p); \bar{X}(k, h(c(k, p))n(k, p))) - c(k, p) - \delta k \quad (9)$$

$$\dot{p} = p[\rho + \delta - f_k(k, h(c(k, p))n(k, p); \bar{X}(k, h(c(k, p))n(k, p)))] \quad (10)$$

を得る。以下では、分析を明瞭にするため、各関数を以下のように特定化しよう：

$$u(c, l) = \log c - \frac{[1-l]^{1+\chi}}{1+\chi}, \quad \chi \geq 0, \quad (11)$$

$$f(k, h(c)n; \bar{X}) = k^\alpha [h(c)n]^{1-a} \bar{X} \quad 0 < a < 1 \quad (12)$$

$$\bar{X} = k^{\alpha-a} [h(c)n]^{\beta-(1-a)} \quad \alpha > a, \quad \beta > 1-a \quad (13)$$

$$h(c) = c^\varepsilon, \quad \varepsilon > 0. \quad (14)$$

これらの関数については、次のような点に留意しておこう。第1に、(12)、(13)より、社会的生産関数  $f(k, h(c)n) = k^\alpha [h(c)n]^\beta$  は「規模に関する収穫逓増」を示す ( $\alpha + \beta > 1$  が成り立つ)。また、資本外部性が存在しない場合には  $\alpha = a$ 、労働外部性が存在しない場合には  $\beta = 1 - a$  が成り立つ。第2に、PCH 関数(14)は、 $0 < \varepsilon < 1$  が成り立つ場合には凹関数、 $\varepsilon > 1$  が成り立つ場合には凸関数である。ただし、PCH 関数は外部性として扱うので、効用最大化行動において消費  $c$  を選択する際に消費者は  $h(c)$  を定数とみなす。そのため、この関数が凸関数であっても、消費者の視点から見たハミルトン関数の凹性が覆されることはない。第3に、 $\varepsilon$  の値が大きいことは、一定の消費水準  $c$  に対して労働生産性  $h(c)$  がより高いことを意味する。また、 $ch''(c)/h'(c) = \varepsilon - 1$  であるので、 $\varepsilon$  の値が大きいことは、 $0 < \varepsilon < 1$

が成り立つ場合には  $h(c)$  のグラフが直線に近い（曲率が小さい）こと、 $\varepsilon > 1$  が成り立つ場合にはそのグラフの凸性が強い（曲率が大きい）ことを意味する。第 4 に、この PCH 関数は、S 字型曲線よりも単純な（変曲点がない）形状を示すことが想定されている。非線形均衡動学研究における興味深い結果は、単純な関数形を想定したモデルであっても、定常均衡が複数存在したり移行動学経路が単調とならないなど複雑な挙動を示す可能性があることを見出した点にある。そこで、本論文では、より単純な形状の PCH 関数を仮定し、その下でも均衡動学経路は必ずしも単調でないことを示すことにしたい。

はじめに、(完全予見)均衡経路上では、 $\bar{k} = k$ 、 $\bar{n} = n$  および  $\bar{c} = c$  が成り立つことを用いて、

$$r = ak^{\alpha-1}n^{\beta}c^{\varepsilon\beta}, \quad w = (1-a)k^{\alpha}n^{\beta-1}c^{\varepsilon(\beta-1)} \quad (1')$$

効用最大化の FOC は以下の通りである：

$$H_c = \frac{1}{c} - p = 0 \quad (6')$$

$$H_n = -n^{\chi} + p(1-a)k^{\alpha}n^{\beta-1}c^{\varepsilon\beta} = 0 \quad (7')$$

$$\dot{p} = p[\rho + \delta - ak^{\alpha-1}n^{\beta}c^{\varepsilon\beta}] \quad (8')$$

(6') を (7') で割ると、以下の労働市場の均衡条件が得られる：

$$cn^{\chi} = (1-a)k^{\alpha}n^{\beta-1}c^{\varepsilon\beta} \quad (15)$$

所与の  $c$  の下で、左辺は労働供給曲線を示し、右辺は労働需要曲線を表す。(6') と (15)

を用いると、 $n$  は  $k$  および  $p$  の関数として表される：

$$n = \left[ (1-a)k^{\alpha}p^{1-\varepsilon\beta} \right]^{\frac{1}{1+\chi-\beta}} \quad (16)$$

分権的市場経済がしたがう均衡動学方程式は、2 変数  $k$  および  $p$  のシステムとして表わされる：

$$\dot{k}(t) = Ak(t)^{\alpha}p(t)^{\Omega} - \left( \frac{1}{p(t)} \right) - \delta k(t) = K(k(t), p(t)) \quad (17)$$

$$\dot{p}(t) = p(t) \left[ \rho + \delta - aAk(t)^{\alpha-1} p(t)^{\Omega} \right] = P(k(t), p(t)) \quad (18)$$

ここで、

$$A = (1-a)^{\frac{\beta}{1+\chi-\beta}}, \quad \Delta = \frac{\alpha(1+\chi)}{1+\chi-\beta}, \quad \Omega = \frac{\beta[1-\varepsilon(1+\chi)]}{1+\chi-\beta}$$

である。これら2式を経済学的に説明しておこう。(17)の右辺は、生産量から消費量（と資本減耗）を差し引いた（純）貯蓄を表しており、 $K(k(t), p(t))$ は（純）投資である。また、(18)はオイラー方程式である。効用最大化のための1階条件から $\dot{p}(t)/p(t) = -\dot{c}(t)/c(t)$ であるから、(18)を書き直すと、

$$\dot{c}(t) = c(t) \left[ aAk(t)^{\alpha-1} p(t)^{\Omega} - (\rho + \delta) \right] \dot{c}(t) = c(t) \left[ f_k(k, h(c); \bar{X}) - (\rho + \delta) \right]$$

となる。これは、ケインズ・ラムゼイルールにほかならない。

このように、PCHの下での経済成長モデルでの分権的市場均衡経路も、通常の（ラムゼイ型）最適成長モデルでの解経路と定性的には同様の均衡条件によって特徴づけられる。それでは、PCHに特有の性質を満たす均衡経路はどのような場合に生じるのであろうか。それを考えるために、ラムゼイ型最適成長モデルでは現在消費と将来消費の間にトレードオフ（代替）関係があったことを想起しよう。すなわち、現在消費（からの効用）を増加させると、現在の生産量は変化しないから貯蓄、したがって投資が減少して資本蓄積が減速するため、将来の生産や消費（からの効用）が低められるのである。PCHの下では、これに加えて、現在消費の増加により労働生産性 $h(c)$ が改善され現在の生産が増加する効果が働く。この意味で、「現在消費と将来消費の間のトレードオフ（代替）関係」は緩められる。この点は、Steger(2000、2002)でも指摘されている。本論文のモデルでは、さらに、PCHによる労働生産性 $h(c)$ の改善効果が十分に強力であれば、現在消費の増加により現在の生産がそれ以上に増加し、貯蓄＝投資が増加して資本蓄積が加速され将来消費（からの効用）が増加するという可能性もある。すなわち、「現在消費と将来消費の間の補完関係」が生じうるのであ

る。こうした PCH に特有の（現在消費が増加するとき貯蓄が増加するという）性質が成り立つのは、 $K_p^* < 0$  が成り立つケースに相当することに注目しておこう。

## 2.2 定常均衡の存在と安定性

さて、本論文のモデルでの定常均衡（Steady-state Equilibrium: SE）は  $\dot{k} = \dot{p} = 0$  によって定義される。従って、SE での値  $(k^*, p^*)$  は以下を満たす：

$$A(k^*)^\Delta (p^*)^\Omega = \frac{1}{p^*} + \delta k^* \quad (19)$$

$$\rho + \delta = aA(k^*)^{\Delta-1} (p^*)^\Omega \quad (20)$$

はじめに、定常均衡の存在について考えておこう。（19）と（20）を満たす  $(k, p)$  の軌跡をそれぞれ  $kk$  曲線および  $pp$  曲線と呼ぼう。SE の近傍における  $kk$  曲線の傾きと  $pp$  曲線の傾きは、それぞれ以下の通りである：

$$\frac{dp}{dk} = -\frac{K_k^*}{K_p^*} = \frac{\delta - \Delta A k^{\Delta-1} p^\Omega}{A k^\Delta \Omega p^{\Omega-1} + (1/p^2)}, \quad \frac{dp}{dk} = -\frac{P_k^*}{P_p^*} = -\frac{(\Delta-1)p}{\Omega k} \quad (21)$$

これらの符号は不確定であるから、一方が右上がり而他方が右下がりのケースでは定常均衡は一意に定まる。<sup>12</sup> それに対して、 $kk$  曲線と  $pp$  曲線がともに右上がりであるか、ともに右下がりであるときは、複数の定常均衡が存在する可能性がある。<sup>13</sup> PCH 関数が S 字型ではなく凹または凸の曲線で表される単純なモデルであっても、複数の定常均衡が生じる可能性があることに留意しよう。

つぎに、SE の安定性を調べるための準備として、（17）および（18）の線形近似システムを SE で評価すると、

<sup>12</sup>  $kk$  線と  $pp$  線の傾きが正象限で交点を持たないこともありうる。それらの場合の均衡動学からは特に興味ある結論は得られないので、本論文では考えないことにする。

<sup>13</sup>  $kk$  線と  $pp$  線の接線の傾きの変化  $(d^2 p / dk^2)$  を求めると、いずれも符号は不確定であるから、一般的には複数の交点を持つ可能性がある。

$$\begin{pmatrix} \dot{k} \\ \dot{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_k^* & K_p^* \\ P_k^* & P_p^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k - k^* \\ p - p^* \end{pmatrix}$$

右辺の係数行列  $J^*$  の各成分は、

$$K_k^* = \Delta A (k^*)^{\Delta-1} (p^*)^\Omega - \delta = \frac{\alpha(1+\chi)}{1+\chi-\beta} \left( \frac{\rho+\delta}{a} \right) - \delta = \frac{\alpha(1+\chi)\rho + (\alpha-a)(1+\chi)\delta + \delta a\beta}{a(1+\chi-\beta)}$$

$$K_p^* = \Omega A (k^*)^\Delta (p^*)^{\Omega-1} + \frac{1}{(p^*)^2} = \frac{1}{(p^*)^2} \left\{ 1 + \frac{\beta[1-\varepsilon(1+\chi)]}{1+\chi-\beta} \left[ \frac{\rho+\delta}{\rho+(1-a)\delta} \right] \right\}$$

$$P_k^* = p^* \left[ -aA(\Delta-1)(k^*)^{\Delta-2} (p^*)^\Omega \right] = p^* \left[ 1 - \frac{\alpha(1+\chi)}{1+\chi-\beta} \right] \left( \frac{\rho+\delta}{k^*} \right)$$

$$P_p^* = p^* \left[ -aA(k^*)^{\Delta-1} \Omega (p^*)^{\Omega-1} \right] = -(\rho+\delta) \frac{\beta[1-\varepsilon(1+\chi)]}{1+\chi-\beta}$$

上記の4項のうち、PCH効果のパラメータ  $\varepsilon$  に依存するのは、 $K_p^*$  と  $P_p^*$  の2つである。PCH

効果が存在しない ( $\varepsilon=0$ ) 場合、 $1+\chi > \beta$  が成り立つなら  $K_p^* > 0$  かつ  $P_p^* < 0$  であるが、逆

に  $1+\chi < \beta$  が成り立つなら  $P_p^* > 0$  ( $K_p^*$  の符号は不確定) である。

SE が完全安定 (不決定的) であるための必要十分条件は、「 $Trace.J^* < 0$  かつ  $Det.J^* > 0$ 」が成り立つこと、また、鞍点安定 (決定的) であるための必要十分条件は、 $Det.J^* < 0$  が成り立つことである。

### 2.3 不決定性の必要条件と PCH の役割

はじめに、PCH効果のある本論文のモデルで不決定性が生じるための必要条件  $Trace.J^* < 0$  から得られる含意を、Benhabib and Farmer (1994) と比較・検討することにしたい。計算により、

$$Trace.J^* = K_k^* + P_p^*$$

$$= \left[ \frac{(\alpha - a)(1 + \chi)\delta + \rho[\alpha(1 + \chi) - a\beta]}{a(1 + \chi - \beta)} \right] + \frac{\varepsilon\beta(1 + \chi)(\rho + \delta)}{1 + \chi - \beta} \quad (22)$$

$1 + \chi > \beta$  が成り立つと仮定する。このとき、 $\alpha > a$  が成り立つことから  $\alpha(1 + \chi) - a\beta > 0$  が満たされるので必ず  $\text{Trace}.J^* > 0$  が成り立つ（SE は鞍点安定または不安定となる）。これより、 $\text{Trace}.J^* < 0$  が成り立つためには、Benhabib and Farmer (1994) と同じく、 $1 + \chi < \beta$  が必要であることがわかる。そこで、 $1 + \chi < \beta$  の下で  $\text{Trace}.J^* < 0$  が成り立つための必要十分条件が(22)の分子が正であること、すなわち、 $[\alpha\rho + (\alpha - a)\delta](1 + \chi) > \beta[a\rho - \varepsilon(1 + \chi)(\rho + \delta)]$  であることを用いて考えていこう。<sup>14</sup>

第1に、 $a\rho > \varepsilon(1 + \chi)(\rho + \delta)$  のとき、労働外部性パラメータ  $\beta$  が満たすべき条件として、

$$1 + \chi < \beta < \left[ \frac{\alpha\rho + (\alpha - a)\delta}{a\rho - \varepsilon(1 + \chi)(\rho + \delta)} \right] (1 + \chi) = \bar{\beta} \quad (23)$$

を得る（最右辺のカギ括弧内の値は、 $\varepsilon = 0$  であっても1より大きいから、 $\varepsilon > 0$  についても1より大きい）。<sup>15</sup>  $\bar{\beta}$  の上限値  $\bar{\beta}$  は  $\varepsilon > 0$  が大きいほど高い値をとる。したがって、PCH 効果の存在は、不決定性が生じるために必要な労働外部性  $\beta$  の範囲を上方に拡大するという意味で、不決定性を生じやすくする（ただし、 $\beta$  の下限制約  $1 + \chi < \beta$  が緩和されることはない）。

第2に、 $a\rho < \varepsilon(1 + \chi)(\rho + \delta)$  のとき、労働外部性パラメータ  $\beta$  が満たすべき条件は、

$$\beta > 0 > \left[ \frac{\alpha\rho + (\alpha - a)\delta}{a\rho - \varepsilon(1 + \chi)(\rho + \delta)} \right] (1 + \chi)$$

<sup>14</sup>  $\varepsilon = 0$  のとき  $\text{Trace}.J^* > 0$  が成り立つパラメータ値の組み合わせを固定して、 $\varepsilon$  を連続的に上昇させると  $\text{Trace}.J^* < 0$  に変わることがありうる。外生的パラメータ  $\varepsilon$  の変化に伴い、不変閉曲線が分岐する可能性を検討することは、今後の課題としたい。

<sup>15</sup> 本論文では労働外部性パラメータ  $\beta$  が  $\text{Trace}.J^*$  の分子に含まれているため、均衡の不決定性のため必要条件について、Benhabib and Farmer (1994) では明示的に指摘されていなかった含意が得られる。すなわち、 $a\rho > \varepsilon(1 + \chi)(\rho + \delta)$  のとき、 $\beta$  には下限だけでなく上限もあることが判明するのである（ $\varepsilon = 0$  とすれば、Benhabib and Farmer (1994) モデルに相当する）。この事実は、不決定性が生じるためには労働外部性があまり強力であってはならないことを含意している。



となる。よって、 $1 + \chi < \beta$  であれば、この不等式はすでに満足されており、不決定性が生じるための必要な  $\beta$  の範囲に上限はない。

他方、本論文のモデルでは資本外部性と PCH 効果との関係が重要である。それを見るため、 $1 + \chi < \beta$  の下で  $\text{Trace}J^* < 0$  が成り立つための必要十分条件を資本外部性パラメータ  $\alpha$  に関して解くと、

$$\alpha > \frac{a(1 + \chi)\delta + \beta[a\rho - \varepsilon(1 + \chi)(\rho + \delta)]}{(1 + \chi)(\rho + \delta)} = \underline{\alpha}$$

となる。これは不決定性が生じるためには資本外部性も十分に強力である必要があることを意味している。本論文に特有の結果として注目すべき点は、 $\varepsilon > 0$  が大きいほど  $\alpha$  の下限値  $\underline{\alpha}$  が低い値をとることである。すなわち、PCH 効果の存在は、不決定性が生じるために必要な資本外部性  $\alpha$  の範囲を下方に拡大するという意味で、不決定性を生じやすくするのである。<sup>16</sup> さらに、本論文のモデルでは、資本外部性が存在しなくても、PCH 効果の存在 ( $\varepsilon > 0$ ) により、 $\text{Trace}J^* < 0$  という必要条件が満たされる可能性が生じる。<sup>17</sup> それをみるため、労働外部性だけが存在する ( $\alpha = a$  かつ  $\beta > 1 - a$ ) 場合を考えると、

$$\text{Trace}J^* = \rho + \frac{\varepsilon\beta(1 + \chi)(\rho + \delta)}{1 + \chi - \beta}$$

である。 $1 + \chi < \beta$  の下では、 $\varepsilon$  が十分に大きければ、 $\text{Trace}J^* < 0$  が成り立つ。すなわち、労働外部性が Benhabib and Farmer (1994)での必要条件と同じ程度に強い ( $1 + \chi < \beta$  を満たす) なら、資本外部性が存在しない経済であっても、PCH 効果によって不決定性のための

<sup>16</sup>  $1 + \chi < \beta$  の下で、(22) の第 1 項がゼロに等しくなるようなパラメータ値の組み合わせに対しては、 $\text{Trace}J^* < 0$  が成り立つ ( $\varepsilon > 0$  の存在により第 2 項が負であるから)。この意味で、PCH 効果は不決定性が生じるための必要条件を緩和する役割を果たすという見方もできる。

<sup>17</sup> Benhabib and Farmer (1994)は、資本外部性が存在しない場合には (たとえ労働外部性が強くても) 「均衡の不決定性」は生じないという結果を示している (p. 29)。

必要条件が満たされうるのである。この意味で、PCH 効果は、資本外部性に代わって不決定性を生じさせる役割を担う要因となりうる。<sup>18</sup>

一般に「資本外部性」とは、過去から蓄積されてきた資本ストックに体化された技術的知識をはじめ、生産や情報処理の効率的な方法・ノウハウ等、その社会が蓄積してきた知識ストックの有益な社会的機能を捉えた概念（代理変数）と解することができる。こうした外部経済効果は、高度な経済発展を遂げた先進諸国では有力であるが、いまだ厳しい貧困の中にある（資本蓄積水準も低い）発展途上国社会では、あまり強い働きをもつとはいえない。Benhabib and Farmer (1994)によれば、均衡の不決定性が生じるためには生産関数に労働外部性と資本外部性の両方が働くことが必要である（それは、 $\varepsilon = 0$ の下では、 $\alpha = a$ または $\beta = 1 - a$ のとき、いずれも $\text{Trace} J^* > 0$ が成り立つことから、本論文のモデルからも確認できる）。もし発展途上国経済については資本外部性の存在しないモデルが適用されるべきであるなら、これら諸国にとって均衡の不決定性（多様な市場均衡経路）の可能性は存在せず、初期条件に規定された一義的な市場均衡経路を辿るという結果しか生じないことになる。ところが、資本外部性が存在しない発展途上国経済であっても、PCH 効果が存在する場合には、均衡の不決定性が生じるための必要条件が満足される可能性が生じるのである。この意味で、貧困な発展途上経済においても、分権的市場均衡経路が多様性をもつ（連続体をなす）可能性を視野に入れることが重要なのである。

#### 命題 1：（均衡の不決定性と PCH）

(i) 均衡の不決定性が生じるための必要条件は (23) で与えられる。

$a\rho > \varepsilon(1 + \chi)(\rho + \delta)$  の下で、労働外部性  $\beta$  には下限だけでなく上限  $\bar{\beta}$  も存在し、

---

<sup>18</sup> 逆に、 $\alpha > a$  かつ  $\beta = 1 - a$  の場合は、必ず  $\text{Trace} J^* > 0$  が成り立つ。したがって、PCH 効果の存在が労働外部性の役割を代替するということはない。

$\varepsilon > 0$  が大きいほど  $\bar{\beta}$  は高い。PCH 効果が存在しない ( $\varepsilon = 0$ ) モデルでも、 $\beta$  には下限だけでなく上限がある。

- (ii) PCH の導入は、均衡の不決定性をもたらす資本外部性パラメータ  $\alpha$  の値の範囲を下方に拡大する。すなわち、PCH 効果 ( $\varepsilon > 0$ ) が大きいほど、不決定性が生じるために必要な最小の資本外部性  $\alpha$  の値は小さい。
- (iii) 労働外部性が  $1 + \chi < \beta$  を満たすほど十分に強いならば、資本外部性が存在しない経済であっても、PCH 効果によって不決定性のための必要条件が満たされうる。

本節の最後に、PCH 効果の存在によって均衡の不決定性が生じる理由を、直観的に説明しておこう。Benhabib and Farmer(1994)でも言及されている通り、2変数の連立微分方程式システムの解の性質を直観的に説明することは元来非常に難しい。だが、労働市場の需給均衡という側面から見ることで、PCH 効果がいかんにして不決定性の可能性に影響しうるかを理解する助けは得られるであろう。

まず、 $1 + \chi < \beta$  を満たすということは、(15)より、労働供給曲線の傾き  $\chi$  より（右上がりの）労働需要曲線の傾き  $\beta - 1$  の方が大きいことを意味する。不決定性(SE が完全安定)が成り立つことをいうためには、当初の定常均衡 ( $k^*, p^*$ ) から何らかの理由で  $p$  が高くなったとき、元の  $k^*$  を不変に保っていても(鞍点経路上の値を選び直さなくても)  $p$  が再び定常均衡値に戻る復元力が働くことを導けばよい。定常均衡から  $p$  だけが高くなったとすると、消費  $c$  は小さくなっている。PCH 効果によって  $h(c)$  も低くなるから、労働需要曲線が下にシフトする。これにより、均衡での労働投入量  $n$  が増加するので、この効果が大きければ効率労働  $h(c)n$  も増加する。このとき、労働と協働する資本の限界生産性 = 資本レンタル率  $r$  は高められるので、オイラー方程式より、 $\dot{p} < 0$  が成り立つ。したがって、 $p$  は低下して再

び SE に戻るのである。逆に、PCH 効果が存在しなければ、労働需要曲線の下へのシフトは生じず、上記の論理は働かない。

この説明は SE での  $k^*$  を不変に保ったもとで考えられていることに留意しよう。すなわち、資本外部性の働きを固定していても、 $1 + \chi < \beta$  が満たされるもとで PCH 効果が働けば、上記の論理は成り立つのである。とくに、資本外部性が存在していても、上記の論理は依然として成立するのである。

### 3. 小さな労働外部性の下での均衡動学

本節と次節では、PCH の下で生じる均衡動学を検討する。すでに示したように、本論文のモデルでの SE は、労働外部性  $\beta$  が小さい  $1 + \chi > \beta$  のケースでは鞍点安定か不安定になるのに対して、それが大きい  $1 + \chi < \beta$  のケースでは完全安定になる可能性が加わる。この点は Benhabib and Farmer (1994) と同じである。そこで、上記 2 つのケースに分けて、均衡動学の性質を調べることにしたい。前者のケースでは、初期点から SE に収束する移行動学（鞍点）経路は一義的に決定され、その経路の性質は PCH 効果の性質に依存して異なりうることを示される。それに対して、後者のケースでは、移行動学経路は鞍点経路となることもあるが、消費や資本が非単調に変化したり循環運動を示したりするより複雑な経路となる可能性がある。そして、その性質は PCH 効果の性質に依存する。

本節では、 $1 + \chi > \beta$  のケースを考えよう。このケースでは、つねに  $K_k^* > 0$  が成り立つ。

はじめに、定常均衡が一意となる場合を考察し、複数の定常均衡が存在する場合に進むことにする。

### 3.1 定常均衡が一意となる場合

このサブセクションでは、定常均衡が一意である場合を取り上げ、位相図を用いた分析を行う。SE が鞍点安定となるための必要十分条件は、

$$Det.J^* = K_k^* P_p^* - K_p^* P_k^* < 0$$

である。この後は、PCH 効果の性質により場合分けして分析する。以下、PCH 効果 ( $\varepsilon$  の値) が比較的小さい図 1-1、図 1-2 および図 2-1 の場合は、定性的には同じ均衡動学が生じるのに対して、PCH 効果 ( $\varepsilon$  の値) が大きい図 2-2 の場合には、PCH の下での均衡動学に特有の結果が生じる。

第 1 に、PCH 効果のパラメータ  $\varepsilon$  が小さく  $1 > \varepsilon(1 + \chi)$  が成り立つ ( $h(c) = c^\varepsilon$  は凹関数) 場合、 $K_p^* > 0$  および  $P_p^* < 0$  より  $-(K_k^* / K_p^*) < 0$  が成り立つため、 $kk$  曲線は右下がりである。また、 $Det.J^* < 0$  より  $-(K_k^* / K_p^*) < -(P_k^* / P_p^*)$  が成り立つため、 $pp$  曲線の傾きは  $kk$  曲線の傾きより大きい。このとき、 $P_k^*$  の符号は不確定なので、 $pp$  曲線は右上がりにも右下がりにもなりうる。 $pp$  曲線が右上がりであれば、図 1-1 で示されるように、定常均衡は一意に定まる。逆に、 $pp$  曲線が右下がりであれば、定常均衡は一意となることも複数となることもあるが、一意の場合を示したのが図 1-2 である。どちらの場合も北西および南東から SE に収束する 2 本の鞍点経路が存在するという性質は同じである。すなわち、低い初期資本ストック水準  $k_0$  から出発する移行動学経路上では、資本  $k$  も消費  $c$  ともに単調に増大することがわかる。

このような動きは、直観的には次のように理解できよう。初期時点で小さい消費  $c(0)$  を選ぶと、PCH 効果の下では労働の限界生産性 = 賃金率  $w$  が低くなる ( $1 + \chi > \beta$  のケースなので右下がりの労働需要曲線が下にシフトする) ので、均衡での労働投入量  $n$  は大きくなる。PCH 効果は  $1 > \varepsilon(1 + \chi)$  という意味で比較的小さいから、効率単位での労働投入量  $h(c)n$  も

大きくなる。そのため、労働と協働する資本の限界生産性=資本レンタル率  $r$  も高くなる。  
したがって、オイラー方程式(8)から、共役変数  $p$  が低下することになり、移行動学経路上で消費  $c$  は増加する。

図 1-1.  $1 > \varepsilon(1 + \chi)$  の下での鞍点安定な SE ( $P_k^* > 0$  のとき)

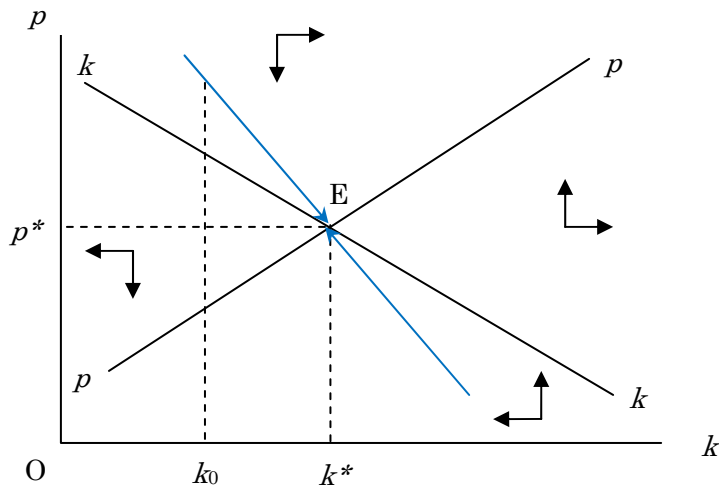
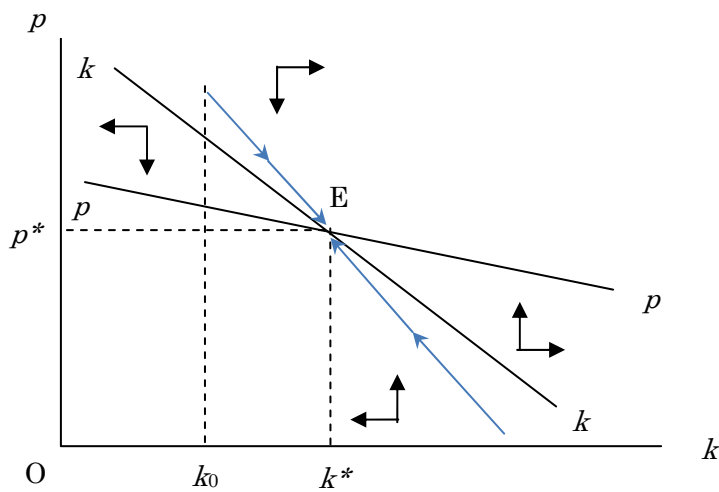
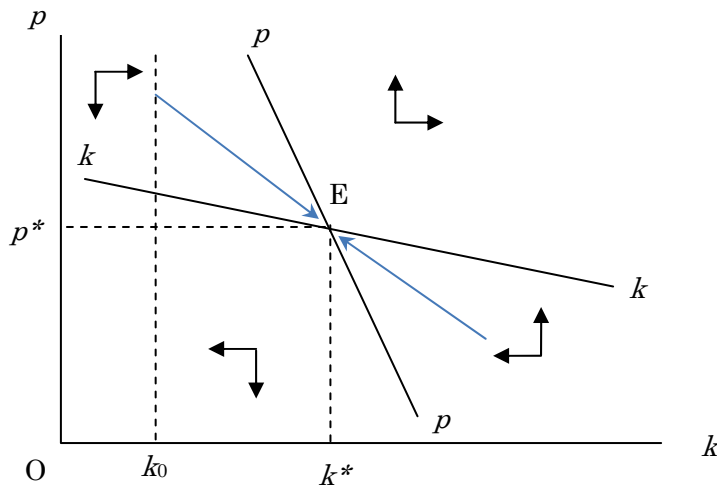


図 1-2.  $1 > \varepsilon(1 + \chi)$  の下での鞍点安定な SE ( $P_k^* < 0$  のとき)



第2に、PCH効果のパラメータ  $\varepsilon$  が大きい  $\varepsilon(1+\chi) > 1$  のケースを考える。このケースではつねに  $P_p^* > 0$  が成り立つ一方、 $K_p^*$  と  $P_k^*$  の符号は不確定である。まず、 $K_p^* > 0$  が成り立つ場合、 $Det.J^* < 0$  より  $-(K_k^*/K_p^*) > -(P_k^*/P_p^*)$  が成り立ち、従って、右下がりの  $kk$  曲線は（右下がりの） $pp$  曲線よりも傾きが緩やかである。<sup>19</sup> 図2-1の鞍点経路には、北西および南東からSEに収束するという性質がある。すなわち、図1-1、図1-2と同じく、低い初期資本ストック量  $k_0$  から出発する移行動学経路上で、資本と消費はともに単調に増加する。

図2-1.  $\varepsilon(1+\chi) > 1$  の下での鞍点安定なSE ( $K_p^* > 0$  のとき)



次に、 $\varepsilon(1+\chi) > 1$  の下で  $K_p^* < 0$  となる ( $\varepsilon$  が非常に大きい) 場合には、PCHの下での特有の性質をもつ均衡動学が生じる。この場合、 $Det.J^* < 0$  より  $-(K_k^*/K_p^*) < -(P_k^*/P_p^*)$  が成り立つから、 $kk$  曲線と  $pp$  曲線はともに右上がりであり、 $kk$  曲線は  $pp$  曲線よりも緩やかな傾きをもつ。図2-2に示されるように、鞍点経路は、 $K_p^* > 0$  が成り立つ場合と異なり、南

<sup>19</sup> 各図に示されたケースが実際に可能かは、補論において、各ケースを規定する複数の不等式が整合的となる状況があるかを調べることで説明している。

西および北東から SE に収束するという性質をもつ。低い初期資本ストック水準  $k_0$  から出発する移行動学経路の上で、消費  $c$  は減少し資本  $k$  は増加するのである。

その直観的な理由は、上述の内容を逆にすれば、説明できよう。初期時点で大きな消費  $c(0)$  を選ぶと、PCH 効果の下では賃金率  $w$  が高くなるので、労働投入量が小さくなる。そのため、資本の限界生産性が低くなり、資本レンタル率  $r$  も低くなる。したがって、オイラー方程式(8)から、共役変数  $p$  が上昇することになり、移行動学経路上で消費  $c$  は減少するのである。<sup>20</sup>

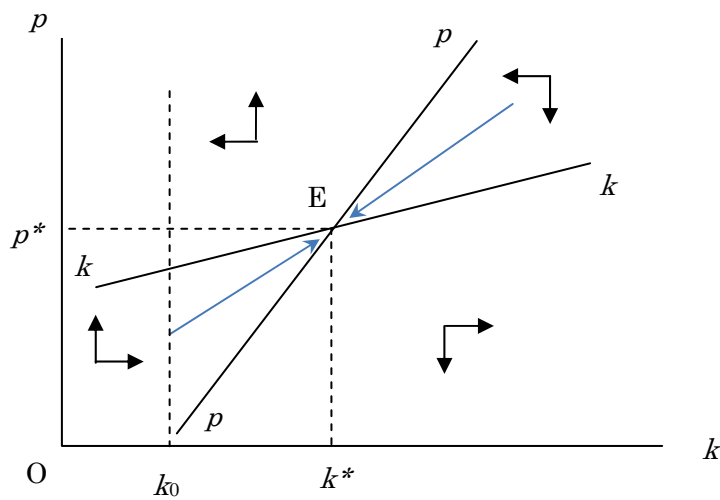
ここで、 $\varepsilon = 0$  の場合には必ず  $K_p^* > 0$  が成り立つ点に注意しよう。すなわち、PCH 効果が存在しないモデルでは、 $K_p^* < 0$  が成り立つことはない。言い換えれば、図 2-2 のような消費の減少する移行動学が生じることは、PCH を導入した本論文のモデルに特有の新しい結果である。それについてはすでに前節でも言及したが、ポイントを確認すれば、次のようである。効用最大化の 1 階条件より  $p = (1/c)$  であるから、 $K_p^* < 0$  は、現在消費を増加させると貯蓄＝投資が増加することを意味している。PCH の下では、現在消費を増加させると労働生産性の向上によって現在の生産量も増加するので、PCH 効果が強力 ( $\varepsilon > 1$  の値が大きい) であれば、生産量の増加分が現在消費の増加分より大きくなり貯蓄＝投資が増加するのである。この場合には、図 2-2 のように、初期時点で大きな消費  $c(0)$  を選ぶことが均衡行動となる。資本蓄積が始まった後には、初期時点の大きな消費を次第に減少させて労働生産性を低下させるとしても、資本  $k$  の増大によって生産量の減少は抑制されるため貯蓄＝投資が発生し続け、経済は定常均衡まで成長するのである。すなわち、現在消費が増加す

<sup>20</sup> 財の消費が減少しているということは、消費者が余暇の消費を増加させる傾向をもつということである。(6)と(7)より、 $u_c(c,l)/u_l(c,l) = 1/wh(c)$  が得られるが、消費  $c$  が減少すれば  $w$  も  $h(c) = c^\varepsilon$  も低下するので、消費と余暇の間の限界代替率  $-dl/dc = u_c/u_l$  は上昇する。よって、たしかに消費を余暇で代替する効果が働くことが分かる。(16)から、 $1 - \varepsilon\beta > 0$  ならば労働供給  $n$  は増加する。逆に、 $1 - \varepsilon\beta < 0$  ならば  $n$  は減少する可能性がある。



ると貯蓄=投資が増加する ( $K_p^* < 0$ ) というメカニズムが、PCH に特有の均衡動学を生じさせるのである。

図 2-2.  $\varepsilon(1 + \chi) > 1$  の下での鞍点安定な SE ( $K_p^* < 0$  のとき)



**命題 2： (小さな労働外部性の下での均衡動学)**

労働外部性が小さいために  $1 + \chi > \beta$  が成立し、SE が鞍点安定であると仮定する。

(i) PCH 効果のパラメータが  $1 > \varepsilon(1 + \chi)$  を満たすとき、また、 $\varepsilon(1 + \chi) > 1$  であるが  $K_p^* > 0$

が満たされるとき、低い初期資本ストック水準  $k_0$  から出発する移行動学経路上で消費と資本はともに増加する。

(ii) PCH 効果のパラメータが  $\varepsilon(1 + \chi) > 1$  を満たしかつ  $K_p^* < 0$  が満たされるとき、低い初期

資本ストック水準  $k_0$  から出発する移行動学経路上で、資本は増加するのに対して消費は減少する。

### 3.2 複数の定常均衡と開発政策

以上では、定常均衡が一意である場合の位相図を用いてきた。だが、本論文のモデルでは複数の定常均衡が生じることもありうる。複数均衡の状況を考えることにより、PCH 効果の働き方によって移行動学経路の性質が異なり、したがって貧困な発展途上国において経済成長を始動させるための開発政策が異なりうることを明らかにする。

はじめに、PCH 効果のパラメータ  $\varepsilon$  が小さく  $1 > \varepsilon(1 + \chi)$  が満たされるときに複数定常均衡が生じる状況を示したのが、図 3-1 である。<sup>21</sup> この状況では、鞍点経路は北西・南東方向に伸びる形となる。この状況では、初期条件  $k_0$  が歴史的に与えられたもとの、社会の人々が定常均衡  $E_1$  が実現すると予想(期待)すれば定常均衡  $E_1$  に収束する移行動学経路上の消費が選ばれ、その後は分権的市場経済がその移行動学経路上を移動していくことで、実際に定常均衡  $E_1$  が達成される。逆に、人々が定常均衡  $E_3$  が実現すると予想(期待)すれば  $E_3$  に収束する移行動学経路が選ばれ、実際に定常均衡  $E_3$  が達成される。すなわち、経済主体たちの間での「期待のコーディネーション」によってどの均衡経路が選ばれるかが決定されるのである。<sup>22</sup> 言い換えれば、「歴史(初期条件)」は均衡経路の選択にとっては重要な役割を果たさない。<sup>23</sup>

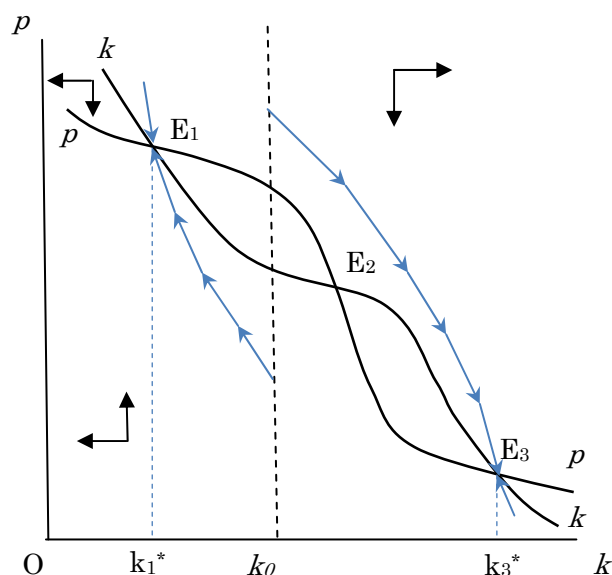
---

<sup>21</sup> ここに示した図と  $kk$  線と  $pp$  線の交わり方が逆で、3つの定常均衡のうち中央の  $E_2$  が鞍点安定な状況では、PCH 効果の性質に関わらず、初期条件を与えれば均衡経路は一義的に決まる。この場合には、PCH 効果の性質が異なるとしても開発政策上の含意は変わらない(初期条件のみが重要となる)。本文では、PCH 効果の性質によって開発政策の内容が異なる状況を取り上げている。

<sup>22</sup> Krugman(1991)、Matsuyama(1991)、Fukao and Benabou(1993)は、均衡の選択についての期待と歴史(初期条件)の相対的重要性を検討している。

<sup>23</sup> 北西方向から  $E_3$  に収束する経路が例えば  $k_1^*$  より小さな  $k$  の値の領域にまでは伸びていない場合には、その領域内に歴史的な初期条件が与えられるとき、 $E_1$  に収束する均衡経路が一義的に選ばれるであろう。

図 3-1.  $1 > \varepsilon(1 + \chi)$  の下での複数の定常均衡



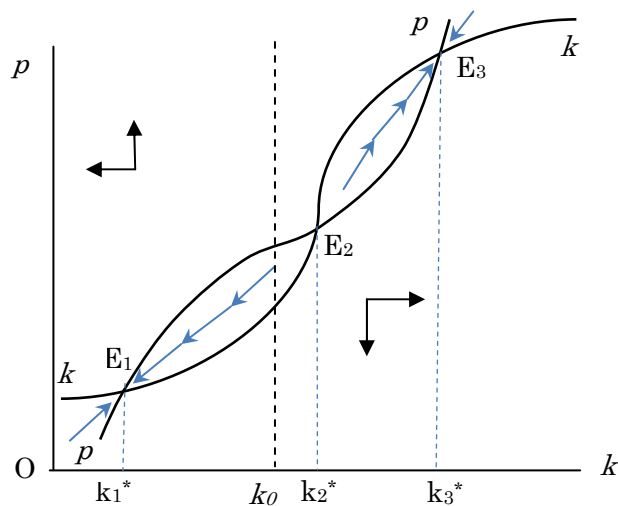
このことから、PCH 効果のパラメータ  $\varepsilon$  が小さな値をとる経済では、経済成長を始動させるために、「期待のコーディネーション」が重要な役割を果たし、大規模な社会的初期投資「ビッグ・プッシュ」は必ずしも必要とされないという開発政策上の含意が得られる。

それに対して、PCH 効果のパラメータ  $\varepsilon$  が大きく  $\varepsilon(1 + \chi) > 1$  が満たされるときに複数定常均衡が生じる状況を示したのが、図 3-2 である。この ( $kk$  線と  $pp$  線がともに右上がりの) 状況は、PCH 効果が存在しないモデルでは生じないものであったことを想起しておこう。移行動学経路が南西・北東方向に延びる形状を示すため、初期条件  $k_0$  がどこに位置していても移行動学経路は一義的に選ばれる。この図の状況では、鞍点安定な SE は  $E_1$  および  $E_3$  であり中央の定常均衡  $E_2$  は不安定であるから、<sup>24</sup> 初期条件  $k_0$  が  $k_2^*$  より小さければ  $E_1$  に収束する移行動学経路が、逆に  $k_0$  が  $k_2^*$  より大きければ  $E_3$  に収束する移行動学経路が選ばれる。

<sup>24</sup> この図では  $kk$  曲線が右上がりなので  $K_p^* < 0$  である。よって、 $kk$  曲線の傾きが  $pp$  曲線の傾きより大

当該国の政府が、 $k_1^*$ より小さい初期資本ストック水準 $k_0$ から出発して高位の定常均衡 $E_3$ を達成しようと意図するならば、 $k_0$ が臨界的な資本ストック水準 $k_2^*$ を超えるような大規模な社会的初期投資を行う必要がある。すなわち、PCH効果のパラメータが大きい経済では、経済成長を始動させるうえで、「期待のコーディネーション」の役割はとくになく、むしろ「ビッグ・プッシュ」の重要性が大きいと解釈することができよう。

図 3-2.  $\varepsilon(1+\chi) > 1$ の下での複数の定常均衡



### 命題 3 (PCH 効果と開発政策)

$1+\chi > \beta$  のケースにおいて複数の定常均衡が生じる状況を考える。

- (i) PCH 効果のパラメータ  $\varepsilon$  が小さく  $1 > \varepsilon(1+\chi)$  が満たされる図 3-1 の場合、均衡経路は、初期条件  $k_0$  に関わらず、「期待のコーディネーション」により選ばれる。

---

さい  $E_2$  では  $\text{Det}.J^* > 0$  が成り立つ。 $\varepsilon(1+\chi) > 1$  の下では  $P_p^* > 0$  なので、 $\text{Trace}.J^* = K_k^* + P_p^* > 0$  となっている。したがって、 $E_2$  は不安定である。

- (ii) PCH 効果のパラメータ  $\varepsilon$  が大きく  $\varepsilon(1+\chi) > 1$  が満たされる図 3-2 の場合、初期条件  $k_0$  がどこに与えられても、均衡経路は一義的に与えられる。このとき、高位の定常均衡  $E_3$  を達成するためには、 $k_2^*$  を超える水準の資本ストック量を達成するくらいに大きな社会的な初期投資「ビッグ・プッシュ」が必要である。

#### 4. 大きな労働外部性の下での均衡動学

つぎに、 $1+\chi < \beta$  となるケースを考察しよう。この不等式は、Benhabib and Farmer (1994) で均衡の不決定性が生じるための必要条件とされていたものである。だが、それは労働需要曲線が右上がりとなるほど外部性が大きいことを意味するため非現実的であるとして批判されたこともある。だがその後、Benhabib and Nishimura (1998) や Mino (2001) において、部門特殊な外部性のある 2 部門あるいは 3 部門モデルを考えると、個別企業の私的生産関数が収穫逓減を示し外部性を含めた社会的生産関数が収穫一定を示す場合でも、私的観点と社会的観点とで要素集約度条件が異なるなら、不決定性が容易に生じることが明らかにされている。そして今日では、1 部門モデルから離れてモデル設定を一般化すればわずかな外部性が存在するだけで不決定性が生じうることは、よく知られている。<sup>25</sup> つまり、 $1+\chi < \beta$  という条件自体の非現実性の問題を克服する方法はすでに考案されていると考えられる。そこで本論文では、均衡の不決定性が経済発展にとってもつ含意を解明することに焦点を合わせることを優先し、ベンチマーク・モデルとしての Benhabib and Farmer (1994) モデルの  $1+\chi < \beta$  のケースを使って考察を進めることにする。

---

<sup>25</sup> 初期の研究で不決定性が生じるパラメータ値が非現実的な範囲にあるとの結果が導かれていたのは、関数形の特定化や 1 部門モデルなど単純化されたモデルを基礎にしていたからである。不決定性の原因は生産関数における外部性に限られるわけではなく、モデルを一般化すると、不決定性は容易に生じうる。例えば、分離不可能な効用関数 (Mino(1999)、Bennett and Farmer (2000))、資本市場の不完全性などがある。

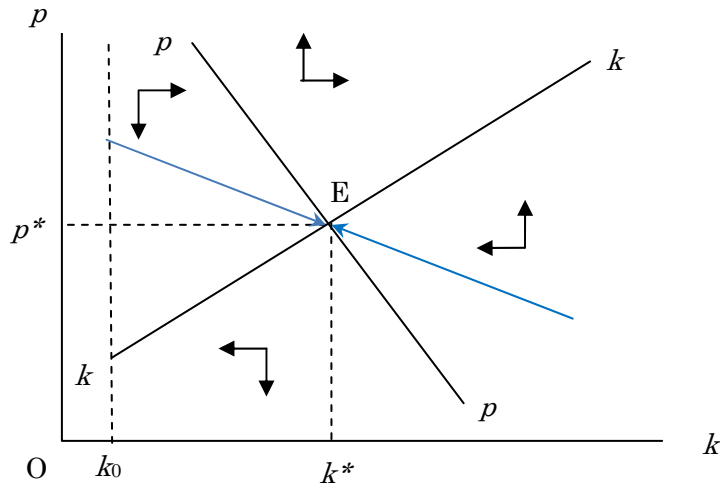
さて、 $1 + \chi < \beta$  のケースでは、 $K_k^* < 0$  および  $P_k^* > 0$  がつねに成り立つ。SE が完全安定となることがあるが、それは後に譲り、まず SE が鞍点安定となる  $Det.J^* = K_k^* P_p^* - K_p^* P_k^* < 0$  の場合から考えよう。詳しくは 3 通りのケースがあるが、均衡動学の性質は同じである。

はじめに、 $1 > \varepsilon(1 + \chi)$  の場合を考える。この場合は  $P_p^* > 0$  がつねに成り立つのに対し、 $K_p^*$  の符号は不確定である。<sup>26</sup> だが、 $K_p^* > 0$  でも  $K_p^* < 0$  でも SE が鞍点安定であるなら均衡動学の性質は同じである。もし  $K_p^* > 0$  が成り立つならば、 $Det.J^* < 0$  が必ず成り立つから、SE は鞍点安定である。そして、 $-(K_k^* / K_p^*) > 0$  および  $-(P_k^* / P_p^*) < 0$  であることから、 $kk$  曲線は右上がり、 $pp$  曲線は右下がりである。よって、SE は一意に定まる。図 4-1 からわかるように、この場合の鞍点経路は北西・南東方向に延びる形になっている。すなわち、低い初期資本水準  $k_0$  から出発する移行動学経路上では、資本  $k$  および消費  $c$  はともに増加する。

---

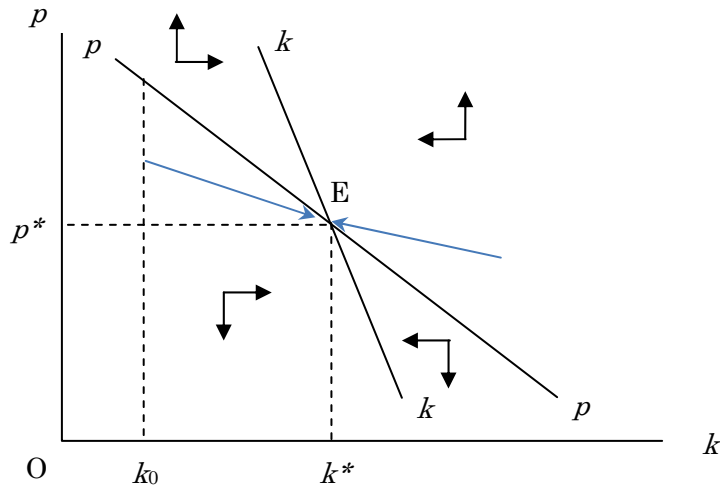
<sup>26</sup> これらの符号条件は  $\varepsilon = 0$  の時と同じである。よって、 $1 > \varepsilon(1 + \chi)$  の場合の定性的な結果は、PCH 効果が存在しないモデルでも成り立つと考えられる。

図 4-1.  $1 > \varepsilon(1 + \chi)$  の下での鞍点安定な SE ( $K_p^* > 0$  のとき)



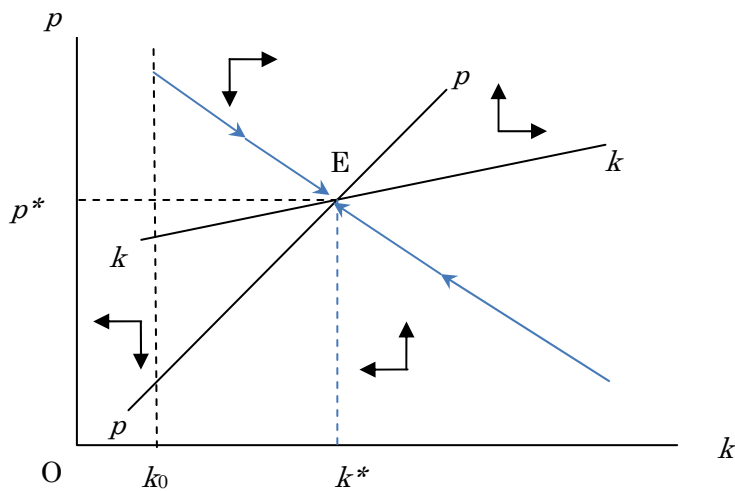
他方、 $K_p^* < 0$  が成り立つならば、 $kk$  曲線および  $pp$  曲線はともに右下がりである。この状況では、 $Det.J^* = K_k^* P_p^* - K_p^* P_k^*$  の符号は正・負のいずれにもなり得る。もし  $Det.J^* < 0$  が成り立つならば、SE は鞍点安定である。図 4-2 に示されるように、低い初期資本水準  $k_0$  から出発する鞍点経路上では、 $K_p^* > 0$  が成り立つときと同じく、資本  $k$  および消費  $c$  はともに増加する。

図 4-2.  $1 > \varepsilon(1 + \chi)$  の下での鞍点安定な SE ( $K_p^* < 0$  のとき)



また、 $\varepsilon(1 + \chi) > 1$  の場合においても、 $Det.J^* < 0$  が成り立ちうる。これが成り立つ場合には、SE は鞍点安定となる。図 4-3 に示されるように、低い初期資本水準  $k_0$  から出発する鞍点経路上では、資本  $k$  および消費  $c$  はともに単調に増加する。

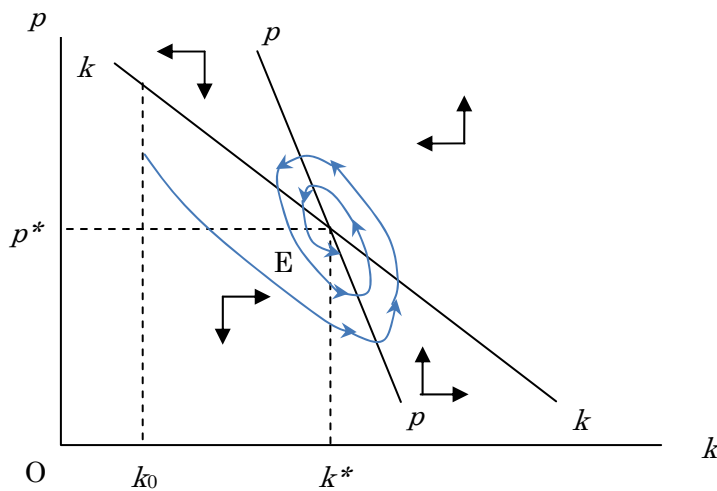
図 4-3.  $\varepsilon(1 + \chi) > 1$  の下での鞍点安定な SE





つぎに、SE が完全安定となる ( $Trace.J^* < 0$  かつ  $Det.J^* > 0$ ) 場合を考えよう。<sup>27</sup> このとき、歴史的に与えられた初期資本ストック水準  $k_0$  から出発して定常均衡に収束する均衡経路は無数に存在する。これは、PCH の妥当する貧困な発展途上諸国は、同じ経済的特性をもち、かつ同じ初期条件（資本ストック水準）から出発するとしても、定常均衡に至るまでには異なる均衡経路をたどる可能性があることを示している。つまり、モデルで与件とされている選好や技術等のパラメータでは必ずしもとらえきれない別の社会的要因、例えば、政治、文化、法制度、宗教等にもとづいて当該国の国民が自国がどのような発展経路をたどると予想するかによって、実現する経済発展経路はさまざまに異なりうるのである。

図 4-4.  $1 > \varepsilon(1 + \chi)$  の下での不決定的（完全安定）な SE ( $K_p^* < 0$  のとき)

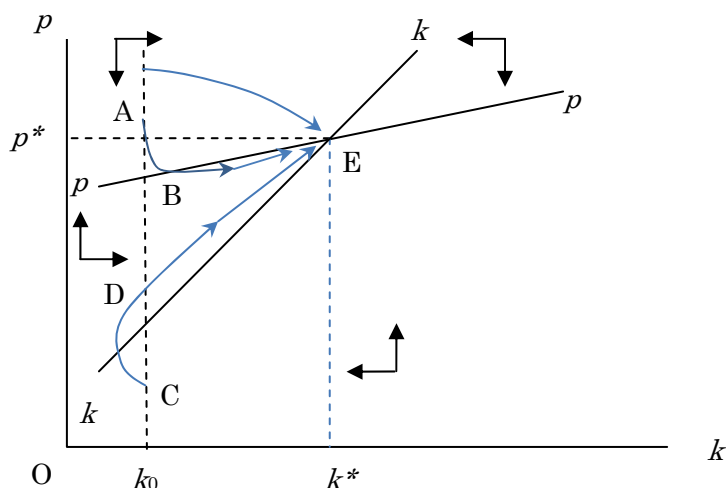


さらに、こうした多様な均衡経路の性質をより具体的に調べることができる。第 1 に、 $1 > \varepsilon(1 + \chi)$  の場合、図 4-4 の各領域に矢印で示されたような運動法則が成り立つ。図示されているように、初期資本ストック水準  $k_0$  から出発する移行動学経路は循環運動を示しな

<sup>27</sup> このケースが実際に生じうることを確認は、補論 C に示されている。

がら SE に収束することがありうる。また、初期条件によっては、単調に SE に収束することもある(図示していない)。<sup>28</sup>

図 4-5.  $\varepsilon(1+\chi) > 1$  の下での不決定的 (完全安定) な SE



第2に、 $\varepsilon(1+\chi) > 1$  の場合には、 $K_p^* > 0$  および  $P_p^* < 0$  が成り立つため、 $\text{Trace} J^* = K_k^* + P_p^* < 0$  が必ず成り立つ。従って、SE は完全安定である。ここで、 $\varepsilon = 0$  の場合にはつねに  $P_p^* > 0$  が成り立ったことを想起すれば、 $P_p^* < 0$  が生じる  $\varepsilon(1+\chi) > 1$  の場合には、PCH 効果を取り入れた本論文のモデルに特有の結果が生じると考えることができる。そこで、図 4-5 を用いて詳しく検討しておこう。 $\text{Det} J^* > 0$  より  $-(K_k^*/K_p^*) > -(P_k^*/P_p^*)$  であるから、 $kk$  曲線は右上がりの  $pp$  曲線よりも傾きが大きい。経済の運動法則は図 4-5 に示されている。これより、定常均衡に収束する移行動学経路は、循環運動を示すことはないものの、非単調な動学が生じることがわかる。図 4-5 において、初期時点で小さな消費  $c(0)$

<sup>28</sup> ここまでの結果は、 $1 > \varepsilon(1+\chi)$  の下で導かれたので、PCH 関数が凹関数 ( $\varepsilon < 1$ ) のケースに相当する。

を( $p$ の大きな初期値を)選ぶ右下がりの移行動学経路上では、消費と資本はともに増加している。しかし、初期時点でより大きな消費 $c(0)$ を選ぶ経路 ABE に乗る場合には、資本は単調に増加するものの、消費は当初増加してやがて減少する。さらに大きな初期消費 $c(0)$ を選ぶ経路 CDE に乗る場合には、消費は単調に減少するが、資本ストック量が当初は初期資本ストック水準から減少し始め、やがて増加に転じて SE に収束するという動きを示しうる。

#### 命題 4：(労働外部性が強いケースにおける均衡動学)

労働外部性が強く  $1 + \chi < \beta$  が成り立つと仮定する。

- (i) SE が決定的 (鞍点安定) であるならば、PCH 効果の性質に関わりなく、低い初期資本水準  $k_0$  から出発する移行動学経路上で、消費と資本はともに単調に増加する。
- (ii) SE が不決定的 (完全安定) であるならば、PCH 効果のパラメータが  $1 > \varepsilon(1 + \chi)$  を満たす場合、消費と資本の移行動学経路は循環運動を示す可能性がある。PCH 効果のパラメータ  $\varepsilon$  が  $\varepsilon(1 + \chi) > 1$  を満たす場合、消費と資本の移行動学経路は、循環運動はしないものの、非単調な動きを示しつつ定常均衡に収束する。

最後に、労働外部性が大きい  $1 + \chi < \beta$  のケースでも、複数の定常均衡が存在することがありうる。完全安定な SE と鞍点安定な SE が同時に存在する状況を考えると、定常均衡に収束する移行動学経路が数多く存在し、初期条件を与えても均衡経路を一義的に決めることはできない。こうした状況では、PCH 効果がどのようなものであっても、「歴史」ではなく、「期待のコーディネーション」によって実際の均衡経路が選ばれることは明らかであろう (図解は省略する)。

## 5. 「人間開発」援助の動学分析

本節では、栄養、健康および教育の改善へ向けた援助（少し言葉を濫用してこれを「人間開発」援助と呼ぶ）の効果を考えることにしたい。この分析を行う動機は、過去20年間、「人間開発」の向上が世界的規模での貧困削減を実現するための重要な戦略として注目されてきたこと、またこの目的のため先進国から発展途上国へ国際援助の役割に焦点があてられてきたことにある。例えば、国連開発計画（UNDP）は、1990年以降毎年人間開発報告を公表してきた。ミレニアム開発目標でも、8つのうちの6つの目標が栄養、健康または教育の改善に関連したものとなっている。「人間開発」の概念それ自体には基本的人権やジェンダーなど多岐にわたる要素が盛り込まれているものの、人的（健康）資本の蓄積を促進する援助の効果を調べることは「人間開発」の基本的で重要な側面に光を当てることになる。

「人間開発」援助の均衡経路への影響を、PCH関数のシフトによる比較静学および比較動学を通じて調べよう。そのために、 $h(c)$ を $\theta h(c) = \theta c^\varepsilon$ に置き換え、外生的パラメータ $\theta > 0$ が上昇すると仮定しよう。ここで、 $\theta$ の上昇のためのコストを当該国が負担していないことから、これは外国援助の導入による効果を表すものと解釈することができよう。例えば、先進国の技術者が途上国の人々に浄水技術を指導する場合や、外国からの来る医師たちが脱水症や疾患を治療するためのより効果的な方法を教導する場合、途上国の人々の消費水準が変わらなくても彼らの労働生産性が高くなることが考えられる。

この修正されたモデルにおいて、関数（16）は以下のようになる：

$$n = \left[ \theta^\beta (1-a) k^\alpha p^{1-\varepsilon\beta} \right]^{\frac{1}{1+\chi-\beta}} \quad (16')$$

均衡動学システムは、以下のようになる：

$$\dot{k}(t) = \theta^{\frac{1+\chi}{1+\chi-\beta}} Ak(t)^{\frac{\alpha(1+\chi)}{1+\chi-\beta}} p(t)^{\frac{\beta[1-\varepsilon(1+\chi)]}{1+\chi-\beta}} - \left(\frac{1}{p(t)}\right) - \delta k(t) = \tilde{K}(k, p; \theta) \quad (17')$$

$$\dot{p}(t) = p(t) \left[ \rho + \delta - \theta^{\frac{1+\chi}{1+\chi-\beta}} aAk(t)^{\frac{\alpha(1+\chi)-1}{1+\chi-\beta}} p(t)^{\frac{\beta[1-\varepsilon(1+\chi)]}{1+\chi-\beta}} \right] = \tilde{P}(k, p; \theta) \quad (18')$$

SE は  $\tilde{K}(k, p; \theta) = 0$  および  $\tilde{P}(k, p; \theta) = 0$  によって定義される。全微分すると以下のようになる：

$$\begin{pmatrix} \tilde{K}_k^* & \tilde{K}_p^* \\ \tilde{P}_k^* & \tilde{P}_p^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dk \\ dp \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\tilde{K}_\theta^* \\ -\tilde{P}_\theta^* \end{pmatrix} d\theta$$

SE で評価された係数行列は、前節の  $J^*$  と同じになる ( $K_k^* = \tilde{K}_k^*$ ,  $K_p^* = \tilde{K}_p^*$ ,  $P_k^* = \tilde{P}_k^*$ ,  $P_p^* = \tilde{P}_p^*$ )。さらに、外生的パラメータ  $\theta$  の変化に対応する項も、以下のように求めることができる：

$$\tilde{K}_\theta = \left( \frac{1+\chi}{1+\chi-\beta} \right) \theta^{\frac{1+\chi}{1+\chi-\beta}-1} Ak^{\frac{\alpha(1+\chi)}{1+\chi-\beta}} p^{\frac{\beta[1-\varepsilon(1+\chi)]}{1+\chi-\beta}}$$

$$\tilde{P}_\theta = p \left[ - \left( \frac{1+\chi}{1+\chi-\beta} \right) \theta^{\frac{1+\chi}{1+\chi-\beta}-1} aAk^{\frac{\alpha(1+\chi)-1}{1+\chi-\beta}} p^{\frac{\beta[1-\varepsilon(1+\chi)]}{1+\chi-\beta}} \right]$$

比較静学の結果は、以下の通りである：

$$\frac{dk^*}{d\theta} = \frac{\tilde{K}_p \tilde{P}_\theta - \tilde{P}_p \tilde{K}_\theta}{\text{Det}.J^*} \quad \frac{dp^*}{d\theta} = \frac{\tilde{K}_\theta \tilde{P}_k - \tilde{P}_\theta \tilde{K}_k}{\text{Det}.J^*}$$

ここで、SE の比較静学の結果を規定する経済学的な論理を説明しておこう。援助の受け入れによりパラメータ  $\theta$  の値が上昇すると、2つの効果が生じる。第1に、労働生産性  $\theta h(c)$  が高められるため生産量が増加、貯蓄＝投資も増加する。この効果により、資本蓄積が促進され SE での資本ストック水準  $k^*$  は増加する。第2に、他の条件が一定であれば効率単位の労働生産投入量  $\theta h(c)n$  が増加するので、労働と協働する資本の限界生産性が高くなり、資本レンタル率  $r$  も高くなる。これは、オイラー方程式により、 $\dot{p} < 0$  となる傾向を作り出

す。すなわち、 $p^*$  は低下（SE での消費  $c^*$  は増加）する傾向をもつ。しかし、第 1 の  $k^*$  の増加効果が資本の限界生産性を低下させるため、 $\theta h(c)n$  の増加による資本の限界生産性曲線の上方シフトの効果が減殺される。どちらの効果が優越するかによって、資本レンタル率は上昇することも低下することもありうる。

前節と同様に、 $1 + \chi < \beta$  と  $\varepsilon(1 + \chi) > 1$  という 2 つの基準によって、すべてのケースを分けて調べることができる。しかし、ここでは、興味深いケースとして、SE における厚生

$$U^* = \frac{1}{\rho} \left[ \log \frac{1}{p^*} - \frac{(n^*)^{1+\chi}}{1+\chi} \right]$$

が必ず改善するか、必ず悪化するのがどのようなケースかに着目しよう。定常均衡での厚生水準  $U^*$  は、 $p^*$  および  $n^*$  がともに減少（増加）する場合に、必ず改善（低下）する。そうした状況を見つけるため、 $n$  の変化率（ハット記号で表される）を、(16') から導くと、

$$\hat{n}^* = \frac{1}{1 + \chi - \beta} \left[ \beta \hat{\theta} + \alpha \hat{k}^* + (1 - \varepsilon \beta) \hat{p}^* \right]$$

第 1 に、 $1 + \chi < \beta$  が成り立つ時、 $\hat{k}^* > 0$  および  $1 - \varepsilon \beta < 0$  が成り立つなら、 $p^*$  および  $n^*$  はともに低下する。従って、定常均衡での厚生水準は必ず改善する。第 2 に、 $1 + \chi > \beta$  が成り立つ時、 $\hat{k}^* > 0$  および  $1 - \varepsilon \beta > 0$  が成り立つなら、 $p^*$  および  $n^*$  はともに上昇する。従って、定常均衡での厚生水準は必ず悪化する。これらのケースについて、それぞれ均衡動学の性質を調べてみよう。

### 5.1 厚生改善的な援助

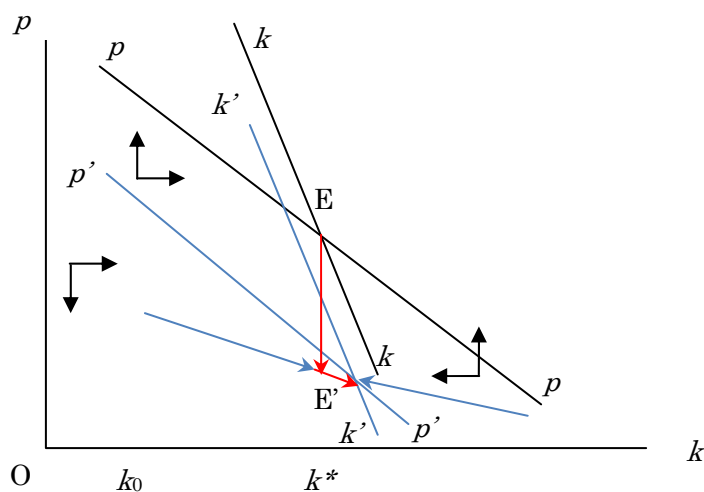
$1 + \chi < \beta$  および  $1 > \varepsilon(1 + \chi)$  が成り立つケースに焦点を当てると、定常均衡での厚生水準が改善する 2 つの状況を見出すことができる。<sup>29</sup> いずれの状況でも、 $\theta$  の上昇によって  $kk$

<sup>29</sup> このような状況が可能となるパラメータ値の組み合わせが存在することは、補論で説明されている。

線と  $pp$  線はともに下にシフトし、新たな  $SE$  は当初の  $SE$  の南東に位置している ( $k^*$ が増加する一方で、 $p^*$ と $n^*$ が減少するので、 $SE$ での厚生水準は高くなっている)。第1に、 $SE$ が鞍点安定の時、(図4-2に対応する)図5-1のような状況を見出すことができる。

国外から「人間開発」援助がもたらされると、この経済は当初の定常均衡  $E$  から新しい移行動学経路上にジャンプし、消費  $c$  が不連続に増加する。その後、資本ストック  $k$  が増加し始めるのに伴い、消費  $c$  もさらに増加する。そして、新しい定常均衡  $E'$  に到達した後は、当初の定常均衡  $E$  より高い厚生水準を享受し続けることができる。援助を受け入れた発展途上国経済が直観的にも自然なこうした動きを示して、厚生が改善されることになる状況は、確かに考えられるのである。

図 5-1. 厚生改善的な援助(鞍点安定な  $SE$ :  $1 + \chi < \beta$  かつ  $1 > \varepsilon(1 + \chi)$ )

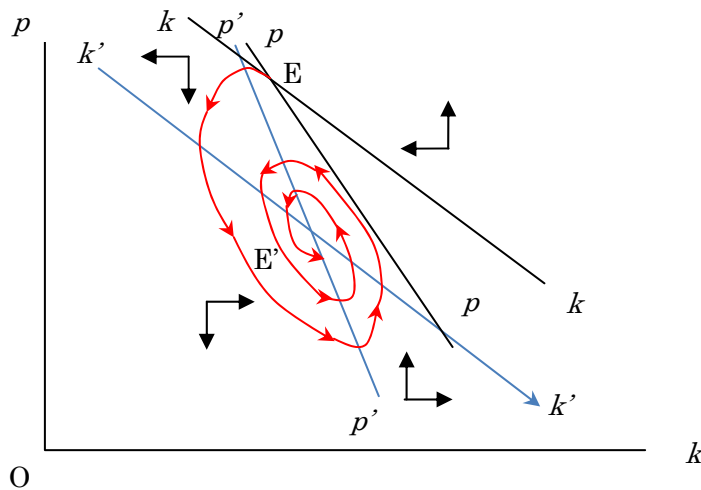


第2に、 $SE$ が完全安定の時、(図4-3に対応する)図5-2のような状況を見出すことができる。この状況では、「人間開発」援助が導入されると、消費と資本ストック量は循環的な移行動学経路上に乗って新しい定常均衡へ収束する動きを示す。すなわち、上記の自然な状況とは異なり、援助導入の当初、消費  $c$  と資本ストック  $k$  はともに減少し始めるという逆説的な動きが生じるが、やがて消費  $c$  が先行して増加に転じる。その後、消費  $c$  が増

加し続けながら資本ストック  $k$  も増加するという局面を経て、消費  $c$  が減少に転じ資本ストック  $k$  は増加し続ける動きが生じる。さらにその後は、消費も資本ストックも減少していくが、再び消費が先行して増加に転じる。こうした循環的な運動を示しながら、経済は新しい定常均衡に到達し、その後は当初の定常均衡より高い厚生水準を享受し続けることができるのである。

こうした経済の動きは、援助を受け入れた発展途上国経済がたどる過程として自明なものではないかもしれない。しかし、この状況の分析から明瞭に認識しておくべきことは、「人間開発」援助を提供された貧困な発展途上国が、ただちに目に見える消費の増加や資本蓄積を実現するとは限らないということである。援助を受け入れた当初は、消費が減少したり資本ストックが減耗したりして、援助が逆効果をもたらしているように見える可能性すらある。だが、時間が経過して、当該経済が新しい定常均衡に到達すれば、経済厚生水準はたしかに当初の定常均衡よりも高められているのである。

図 5-2. 厚生改善的な援助(不決定的な SE:  $1 + \chi < \beta$  かつ  $1 > \varepsilon(1 + \chi)$ )

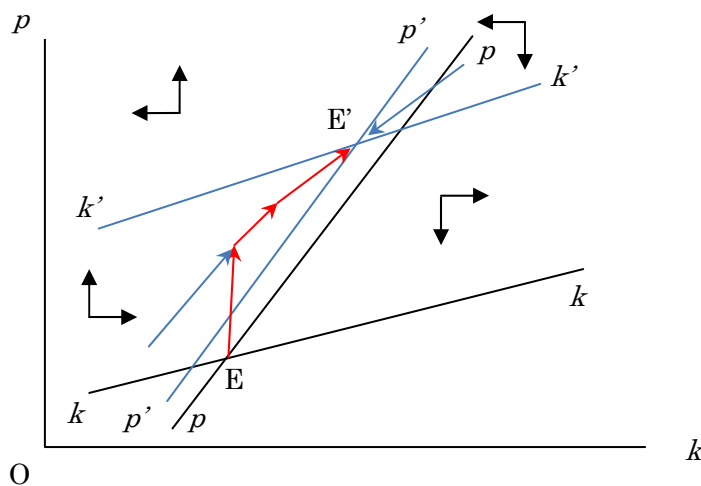




## 5.2 厚生が低下する援助

ここでは、「人間開発」援助によって定常均衡での厚生水準が必ず低下するような状況を明らかにする。そうした状況では、新たなSEは当初のSEの北東に位置している( $1 - \varepsilon\beta > 0$ の下で $k^*$ および $p^*$ がともに増加することにより、 $n^*$ が増加するためである)。 $1 + \chi > \beta$ および $\varepsilon(1 + \chi) > 1$ が成り立つケースで、SEが鞍点安定のとき(図2-2に対応する)図5-3の状況を見出すことができる。 $\theta$ の上昇によって $kk$ 線と $pp$ 線はともに上にシフトし、SEは図中の $E$ から $E'$ に移動する。

図5-3. 厚生を低下させる援助(鞍点安定なSE:  $1 + \chi > \beta$ かつ $\varepsilon(1 + \chi) > 1$ )



援助がもたらされると、この経済は当初の定常均衡の $E$ 点から新しい移行動学経路上にジャンプし、消費 $c$ は不連続に減少する。その後、資本ストック $k$ は増加し始めるが消費 $c$ はさらに減少を続ける。新しい定常均衡 $E'$ に到達した後は、当初の定常均衡より厚生水準は低下している。

こうした状況が、労働外部性 $\beta$ が小さくてもPCH効果 $\varepsilon$ が大きいならば生じうるものである点に注意しよう。労働外部性があまり大きくない状況は現実的にもしばしば存在するであろうが、たとえそうした状況でも、PCH効果 $\varepsilon$ が大きい貧困な発展途上国経済では、

「人間開発」援助がかえって長期的な厚生水準を悪化させるという逆説的な事態が生じる可能性も否定できないのである。

#### 命題 5. (人間開発援助と SE における厚生)

(i)  $1 + \chi < \beta$  かつ  $1 > \varepsilon(1 + \chi)$  が成り立つ図 5-1 と 5-2 の状況 (鞍点安定ケースおよび完全安定ケース) において、人間開発援助は SE での厚生を改善する。

(ii)  $1 + \chi > \beta$  かつ  $\varepsilon(1 + \chi) > 1$  が成り立つ図 5-3 の状況において、人間開発援助は SE での厚生を低下させる。

## 5. 結論

本論文では、「消費の増加が労働生産性を改善する」という生産的消費仮説 (PCH) を労働供給が内生的で資本・労働外部性のある Benhabib and Farmer (1994) モデルに導入することにより、「人間開発」が重要となる貧困な発展途上国の経済成長を考察しうる新たな動学の一般均衡モデルを構築した。労働生産性改善型の PCH が貧困な発展途上経済の均衡動学に対してもつ影響に関して、4つの新たな結論を得た。第 1 に、PCH 効果が単独で「均衡の不決定性」を生じさせる原因になることはない。しかし、労働外部性が十分に大きい状況では、資本外部性が小さくても (ゼロであっても) PCH 効果が大きいなら、不決定性が生じうる。第 2 に、定常均衡が鞍点安定となるような労働外部性が小さい状況では、PCH 効果が弱い経済では、低い資本ストックの初期水準から出発する移行 (鞍点) 経路上で消費も資本も単調に増大していく。だが、PCH 効果が十分に強い経済では、資本蓄積の過程で消費が減少することもありうる。複数の定常均衡が存在する場合、PCH 効果が弱い経済では均衡経路は「期待のコーディネーション」によって決まるが、PCH 効果が強い経済では「歴史 (初期条件)」によって決まる。第 3 に、労働外部性が強い場合、定常均衡 (SE) が

決定的（鞍点安定）であれば、低い初期資本ストック水準から出発する移行動学経路上で消費と資本はともに単調に増加する。だがSEが不決定的（完全安定）であれば、消費と資本は循環運動を含む非単調な移行動学にしたがう。第4に、「人間開発」援助が導入されたとき、当初は消費や資本ストックが増減する非単調な動きを示すが、長期的に（新しい定常均衡で）は厚生水準が高くなることもありうる。また、労働外部性が小さい経済で、PCH効果が強い場合には、「人間開発」援助が長期的な厚生水準を悪化させるという逆説的な事態が生じうる。

## 補論

### A. 図 2-1 と図 2-2 の実現可能性：

$1 + \chi > \beta$  のケースにおいて、 $\varepsilon(1 + \chi) > 1$  の下で、 $K_p^* > 0$  ( $K_p^* < 0$ ) が実際に成り立つかを調べる。まず、 $K_p^* > 0$  ( $K_p^* < 0$ ) を同値変形すると、

$$\varepsilon(1 + \chi) < (>) 1 + \left( \frac{1 + \chi - \beta}{\beta} \right) \left[ \frac{\rho + (1 - a)\delta}{\rho + \delta} \right]$$

である。右辺は 1 より大きいから、これは、 $\varepsilon(1 + \chi) > 1$  と両立する。よって、 $K_p^* > 0$  ( $K_p^* < 0$ ) となる場合が実際に可能である。

### B. 図 4-1 ・ 図 4-2 の実現可能性：

$1 + \chi < \beta$  のケースにおいて、 $1 > \varepsilon(1 + \chi)$  の下で、 $K_p^* > 0$  ( $K_p^* < 0$ ) が実際に成り立つかを調べる。まず、 $K_p^* > 0$  ( $K_p^* < 0$ ) を同値変形すると、

$$\varepsilon(1 + \chi) > (<) 1 + \left( \frac{1 + \chi - \beta}{\beta} \right) \left[ \frac{\rho + (1 - a)\delta}{\rho + \delta} \right]$$

である。右辺は 1 より小さいから、これは、 $1 > \varepsilon(1 + \chi)$  と両立する。よって、 $K_p^* > 0$

( $K_p^* < 0$ )となる場合が実際に可能である。

### C. 図 4-4 の実現可能性

$1 + \chi < \beta$  のケースにおいて、 $1 > \varepsilon(1 + \chi)$  の下で、 $\text{Trace}.J^* < 0$  が実際に成り立つかを調べる。 $\text{Trace}.J^* < 0$  を同値変形すると、

$$[(\alpha - a)\delta + \alpha\rho](1 + \chi) + a\beta\delta\varepsilon(1 + \chi) + a\beta\rho[\varepsilon(1 + \chi) - 1] > 0$$

となる。左辺第 1 項、第 2 項は正、第 3 項は負である。例えば  $\alpha$  の値が十分に大きければ、この不等式は成立しうる。よって、 $\text{Trace}.J^* < 0$  が実際に可能である。

### D. 援助による厚生改善の実現可能性

$1 + \chi < \beta$  のケースにおいて、 $1 > \varepsilon(1 + \chi)$  の下で、 $1 - \varepsilon\beta < 0$  が実際に成り立つかを調べる。 $\varepsilon$  について解くことにより、 $(1/\beta) < \varepsilon < 1/(1 + \chi)$  のとき 3 つの不等式は整合的となることがわかる。

### E. 援助による厚生低下の実現可能性

$1 + \chi > \beta$  のケースにおいて、 $\varepsilon(1 + \chi) > 1$  の下で、 $1 - \varepsilon\beta > 0$  が実際に成り立つかを調べる。 $\varepsilon$  について解くことにより、 $[1/(1 + \chi)] < \varepsilon < (1/\beta)$  のとき 3 つの不等式は整合的となることがわかる。

## 参考文献

- Banerji, S., Gupta, M.R., 1997. The efficiency wage given long-run employment and concave labor constraint. *Journal of Development Economics* 53, 185–195.
- Benhabib, J., Farmer, R.E.A., 1994. Indeterminacy and increasing returns. *Journal of Economic Theory* 63, 19–41.
- Benhabib, J., Nishimura, K., 1998. Indeterminacy and sunspot with constant returns. *Journal of Economic Theory* 81, 58–96.
- Bennett, R.L. and R.E. Farmer, 2000. Indeterminacy with Non-separable Utility. *Journal of Economic Theory* 93, 118–143.

- Bliss, C., Stern, N., 1978. Productivity, wages and nutrition part I: theory. *Journal of Development Economics* 5, 331–362.
- Daitoh, Ichiroh, 2010. Productive consumption and population dynamics in an endogenous growth model: demographic trends and human development aid in developing economies. *Journal of Economic Dynamics and Control* 34, 696-709.
- Dasgupta, P., Ray, D., 1986. Inequality as a determinant of malnutrition and underemployment: theory. *Economic Journal* 96, 1011–1034.
- Gersovitz, M., 1983. Savings and nutrition at low income. *Journal of Political Economy* 91, 841–855.
- Gupta, M.R., 2003. Productive consumption and endogenous growth: a theoretical analysis. *Keio Economic Studies* 40, 45–57.
- Fukao, K., Benabou, R., 1993. History versus expectations: a comment. *Quarterly Journal of Economics* May, 535–542.
- Jellala, M., Zenoub, Y., 2000. A dynamic efficiency wage model with learning by doing. *Economics Letters* 66, 99–105.
- Krugman, P.A., 1991. History versus expectations. *Quarterly Journal of Economics*, May, 651–667.
- Lambson, V.E., 1992. Nutrition, unemployment and international trade. *Journal of Development Economics* 37, 111–125.
- Leibenstein, H., 1957a. *Economic Backwardness and Economic Growth*. Wiley, New York.
- Leibenstein, H., 1957b. The theory of underemployment in backward economies. *Journal of Political Economy* 65, 91-103.

- Leonard, D., Long, N.V., 1992. *Optimal Control Theory and Static Optimization in Economics*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Lopez-Casasnovas, G., Rivera, B., Currais, L. (Eds), 2005. *Health and Economic Growth: Findings and Policy Implications*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- Martinez-Garcia, M.P., 2003. The general instability of balanced paths in endogenous growth models: the role of transversality conditions. *Journal of Economic Dynamics and Control* 27, 599–618.
- Matsuyama, K., 1991. Increasing returns, industrialization and indeterminacy of equilibrium. *Quarterly Journal of Economics* CX, 857–880.
- Mino, K, 1999. Non-separable Utility Function and Indeterminacy of Equilibrium in a Model with Human Capital. *Economics Letters* 62, 311-317.
- Mino, K, 2001. Indeterminacy of equilibrium and endogenous growth with social constant returns. *Journal of Economic Theory* 97, 203-222.
- Ray, D., Streufert, P., 1993. Dynamic equilibria with unemployment due to undernourishment. *Economic Theory* 3, 61–85.
- Rebelo, S., 1991. Long-run policy analysis and long-run growth. *Journal of Political Economy* 99, 500–521.
- Steger, T.M., 2000. Productive consumption and growth in developing countries. *Review of Development Economics* 4, 365–375.
- Steger, T.M., 2002. Productive consumption, the intertemporal consumption trade-off and growth. *Journal of Economic Dynamics and Control* 26, 1053–1068.
- Stiglitz, J., 1976. The efficiency wage hypothesis, surplus of labor and distribution of income in the LDCs. *Oxford Economic Papers* 28, 185–207.